

## Programme de colle semaine 31 - du 26/05 au 30/05

**Présentation et conseils.** On peut voir la présentation et des conseils pour les colles dans le programme des premières semaines, 6 et 7.

**Rappel.** L'interrogation peut porter sur l'ensemble des chapitres étudiés depuis le début de l'année. Ceux apparaissant ci-dessous n'en sont que le sommet de la pile. C'est aussi vrai pour les questions de cours.

### Chapitre 27. Géométrie.

Programme officiel :

<https://prepas.org/index.php?document=17>

I) Géométrie plane

Reprise du paragraphe.

II) Géométrie dans l'espace

1) Repérage. Coordonnées cartésiennes. Coordonnées cylindriques.

2) Produit scalaire

3) Produit vectoriel

4) Produit mixte

Possibilité d'utiliser la notation du déterminant  $\det(u, v, w)$ .

5) Plans

6) Droites

7) Projection orthogonale sur un plan ou sur une droite. Distance.

8) Sphères

### Chapitre 28. Intégration.

Subdivision d'un segment, fonction en escalier.

Intégrale d'une fonction continue sur un segment à valeurs dans  $\mathbb{R}$ .

Linéarité, positivité et croissance de l'intégrale. Inégalité triangulaire. Relation de Chasles.

Intégrale d'une fonction paire ou impaire sur un segment centré en 0.

**Proposition.** Si  $f$  est continue, positive, d'intégrale nulle sur  $[a; b]$ , alors  $f$  est la fonction nulle.

**Exemple d'application.** si  $P \in \mathbb{R}[X]$  vérifie  $\int_{-1}^1 P^2(t)\sqrt{1-t^2} dt = 0$ , alors  $P = 0$ .

**Sommes de Riemann.** Pour  $f$  continue sur le segment  $[a; b]$ ,

$$\frac{b-a}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(a + k \frac{b-a}{n}\right) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \int_a^b f(t) dt$$

**Théorème** (fondamental de l'analyse). Application à la dérivation de  $x \mapsto \int_a^x f(t) dt$  pour  $f$  continue.

**Inégalité de Taylor-Lagrange.** Si  $f$  est de classe  $\mathcal{C}^{n+1}$  sur  $I$  et  $|f^{(n+1)}| \leq M$  sur  $I$ ,

alors pour tout  $a, x \in I$ ,  $\left| f(x) - \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(a)}{k!} (x-a)^k \right| \leq \frac{M|x-a|^{n+1}}{(n+1)!}$