

## Programme de colle semaine 10 - du 18/11 au 22/11

**Présentation et conseils.** On peut voir la présentation et des conseils pour les colles dans le programme des premières semaines, 6 et 7.

**Rappel.** L'interrogation peut porter sur l'ensemble des chapitres étudiés depuis le début de l'année. Ceux apparaissant ci-dessous n'en sont que le sommet de la pile. C'est aussi vrai pour les questions de cours.

### Exemples de questions de cours

- Énoncer la formule de Pascal pour les coefficients binomiaux.
- Énoncer la formule du binôme de Newton.
- Factoriser  $a^n - b^n$  par  $(a - b)$ .
- Calculer  $\sum_{k=0}^n \cos(kx)$ .
- Énoncé du résultat de  $\sum_{k=1}^n k$  ;  $\sum_{k=1}^n k^2$  ;  $\sum_{k=0}^n q^k$  ;  $\sum_{k=0}^n (u_{k+1} - u_k)$ .

### Chapitre 8. Nombres entiers naturels et récurrence.

Démonstration par récurrence.

### Chapitre 9. Calculs algébriques.

1) Signes somme et produit. Factorielle.

2) Techniques de calculs

Sommes arithmétiques :  $\sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$ .

Exemples de changement d'indices, de sommes et produits télescopiques (principe des dominos).

Exemples du cours : calculs et interprétation géométrique

de  $\sum_{k=1}^n k$  (formule à connaître), de  $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$  (formule à connaître) en calculant

$\sum_{k=0}^n [(k+1)^3 - k^3]$  de deux façons ;  $\prod_{k=1}^n \left(1 + \frac{1}{k}\right)$

3) Coefficients binomiaux. Formule de Pascal.

4) Formule du binôme de Newton.

Applications à linéariser ( $\cos^4(x)$ ...), à développer, à reconnaître pour factoriser.

5) Factorisation de  $a^n - b^n = (a - b) \sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-1-k}$ .

Sommes géométriques.

**Exemples fondamentaux.** Calcul de  $\sum_{k=0}^n \cos(kx)$  et de  $\sum_{k=0}^n \sin(kx)$ .

6) Généralisation à  $n$  termes des formules des chapitres précédents.

7) Exemples de sommes doubles.

Notation  $\sum_{(i,j) \in A} u_{i,j}$  où  $A$  est une partie de  $\mathbb{N}^2$ , écriture avec deux indices d'une somme double dans

des cas « simples » : sommation sur un rectangle de  $\mathbb{N}^2$ , un triangle.

**Exemples du cours.**

Calcul de  $\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \min(i, j)$ . Calcul de  $\sum_{k=0}^N \sum_{n=k}^N \binom{n}{k}$  avec interversion de  $k$  et  $n$ .