Programme de colle semaines 6 et 7 - du 07/10 au 18/10

Présentation

- Un des objectifs des interrogations orales (colles) est de faire des mathématiques dans un autre cadre qu'à l'écrit.
- **Déroulement.**

La colle dure une heure. Elle consiste à résoudre un ou plusieurs exercices sur des chapitres déjà étudiés, de difficulté qui pourra être standard ou avancée, sans préparation préalable. Vous disposez du tableau pour écrire vos résolutions d'exercices. Certains arguments peuvent être complétés à l'oral.

Les exercices sont individuels.

Lorsque l'examinateur vous interroge, vous lui présentez votre raisonnement en commentant à l'oral.

Si vous êtes bloqués, l'examinateur vous donnera une indication.
- **Conseils.**

Veillez ne pas effacer le tableau avant que l'examinateur vous ai lu.

Savoir son cours fait partie des prérequis pour que la colle soit profitable.

Il n'est pas utile de stresser, que ce soit à cause de l'exposé ou de la note. Les examinateurs sont bienveillants et sont là pour vous aider afin de vous former aux oraux. Nous n'attendons pas que vos prestations du début de l'année soient dès maintenant de la qualité de celles des concours.

Il est courant de ne pas terminer l'ensemble des exercices d'une planche.
- **Note.**

La note reflètera non seulement la quantité et qualité d'avancement dans les exercices, mais aussi la prestation orale.

À titre informatif, la page suivante détaille les attendus et critères d'évaluation au Concours Mines-Telecom.

La connaissance du cours étant nécessaire à la progression en prépa,

 - une connaissance sans faille du cours entraîne une note supérieure ou égale à 10.
 - une non connaissance du cours ou le fait d'en retrouver des résultats trop lentement entraîne une note strictement inférieure à 10. Par exemple, mettre plus d'une minute est trop lent pour donner la formule de $\cos(a+b)$ ou écrire sous forme exponentielle le complexe $1+i\sqrt{3}$.
- **Questions de cours.** L'interrogation orale (colle) comportera une ou des questions de cours, ou proche du cours. Celle-ci pourra être posée par l'examinateur au début ou pendant la colle. La liste donnée est à titre d'exemple mais non limitative.
- **Programme.** L'interrogation peut porter sur l'ensemble des chapitres étudiés depuis le début de l'année. Ceux apparaissant sur la page suivante n'en sont que le sommet de la pile. C'est aussi vrai pour les questions de cours.

Extrait des critères d'évaluation à l'oral au Concours Mines-Télécom.

Qu'apprécie l'examineur ?

L'examineur évalue votre capacité à :

- lire l'énoncé, identifier les grandeurs pertinentes et faire un schéma ;
- proposer une stratégie pour résoudre le problème, formuler des hypothèses ;
- énoncer des lois et vérifier leurs conditions d'application, expliciter des méthodes de calcul ;
- avoir un regard critique sur un résultat ou une expression littérale (ordre de grandeur, analyse dimensionnelle) ;
- communiquer à l'oral (clarté de l'expression, vocabulaire scientifique approprié) ; votre bonne connaissance des cours.

Conseils aux candidats.

Soyez :

- rigoureux dans l'analyse de l'énoncé ;
- clair et précis dans votre exposé ;
- force de proposition de méthode de résolution ;
- attentif à votre prestation « orale » et à la gestion du tableau ;
- à l'écoute et réactif aux remarques de l'examineur.

Exemples de questions de cours

- Calculer la forme algébrique de $\frac{1}{z}$ où $z \in \mathbb{C}^*$ est donné sous forme algébrique.
- Expressions de la somme et du produit des racines de $P(z) = az^2 + bz + c$ en fonction de $a, b, c \in \mathbb{C}$ où $a \neq 0$.
- Énoncer l'inégalité triangulaire dans $\mathbb{C}$, préciser le cas d'égalité.
- Retrouver et démontrer la formule de $\tan(a + b)$ à partir de celles de $\cos(a + b)$ et $\sin(a + b)$.
- Mettre $1 + e^{i\theta}$ sous forme exponentielle pour $\theta \in]-\pi ; \pi [$ (ou variante avec $1 - e^{i\theta}$).
- Factoriser $e^{ip} + e^{iq}$ puis en déduire une factorisation de $\cos(p) + \cos(q)$ (ou variante avec différence ou sinus).

Chapitre 1. Nombres complexes (1)

1) Construction

2) Forme algébrique

Parties réelle et imaginaire. Opérations sur les nombres complexes.

Point du plan associé à un nombre complexe, affixe d'un point du plan, affixe d'un vecteur du plan. On identifie $\mathbb{C}$ au plan usuel muni d'un repère orthonormé direct.

3) Conjugaison

Compatibilité avec les opérations.

4) Module

Interprétation géométrique de $|z - z'|$.

Relation $|z|^2 = z\bar{z}$, module d'un produit, d'un quotient.

Inégalité triangulaire, cas d'égalité.

$$||z| - |z'|| \leq |z + z'|.$$

5) Racines carrées complexes et polynômes du second degré

Racines carrées complexes d'un nombre complexe sous forme algébrique. Polynômes de degré 2 à coefficients dans $\mathbb{C}$. Formes développée, canonique, factorisée. Résolution des équations du second degré, discriminant. Somme et produit des racines d'une équation du second degré.

▲ Pas de division euclidienne de polynômes, pas de factorisation d'un polynôme de degré supérieur ou égal à 3 par $(z - z_0)$ lorsque z_0 est racine sans être guidé.

Chapitre 4. Trigonométrie

Chapitre 5. Nombres complexes (2)

1) Nombres complexes de module 1.

Propriétés signifiant que $(\mathbb{U}, \times)$ est un sous-groupe de $(\mathbb{C}^*, \times)$: inclusion, contient 1, propriétés de stabilité par produit et passage à l'inverse.

Définition de $e^{i\theta}$ pour θ réel.

Si θ et θ' sont deux réels, alors $e^{i(\theta+\theta')} = e^{i\theta}e^{i\theta'}$

Formules d'Euler et de Moivre.

Applications : linéarisation de produits trigonométriques, retrouver des formules de trigonométrie.

2) Arguments d'un nombre complexe non nul

Écriture d'un nombre complexe non nul sous la forme $\rho e^{i\theta}$ avec $\rho > 0$ et $\theta \in \mathbb{R}$.

Arguments d'un nombre complexe non nul.

Relation de congruence modulo 2π sur $\mathbb{R}$.

Argument d'un produit, d'un quotient.

Factorisation de $1 + e^{i\theta}$; $1 - e^{i\theta}$.

Factoriser des expressions du type $\cos(p) + \cos(q)$ en factorisant $e^{ip} + e^{iq}$.

3) Exponentielle complexe

Définition de $\exp(z) = e^z$ pour z complexe : $e^z = e^{\operatorname{Re}(z)}e^{i\operatorname{Im}(z)}$.

Exponentielle d'une somme.

Pour tous z et z' dans $\mathbb{C}$, $\exp(z) = \exp(z')$ si et seulement si $z - z' \in 2i\pi\mathbb{Z}$.

▲ Pas de calcul de sommes $\sum_{k=0}^n \cos(kx)$; $\sum_{k=0}^n \sin(kx)$.

4) Racines n^{es} de l'unité.

5) Racines n^{es} de $A \in \mathbb{C}$.

6) Applications géométriques des nombres complexes

Traduction de l'alignement et de l'orthogonalité au moyen d'affixes.

Transformation $z \mapsto z + b$; interprétation en termes de translation.

Transformation $z \mapsto e^{i\theta}z$; rotation plane de centre O et d'angle θ .

Transformation $z \mapsto \lambda z$ où $\lambda \in \mathbb{R}^*$; homothétie de centre O et de rapport λ .

Transformation $z \mapsto \bar{z}$; interprétation en termes de symétrie axiale.

Exemples de rotations et d'homothéties dont le centre n'est pas O.

Méthode : changer O en Ω d'affixe ω et considérer le vecteur $\overrightarrow{\Omega M}$ d'affixe $z - \omega$.