

## Programme de colle semaines 15 et 16 - du 03/01 au 13/01

**Présentation et conseils.** On peut voir la présentation et des conseils pour les colles dans les programmes des premières semaines, 7 et 8.

[http://thierry.limoges.free.fr/PTSI\\_2223/Prog\\_colle\\_semaine\\_07et08.pdf](http://thierry.limoges.free.fr/PTSI_2223/Prog_colle_semaine_07et08.pdf)

**Rappel.** L'interrogation peut porter sur l'ensemble des chapitres étudiés depuis le début de l'année. Ceux apparaissant ci-dessous n'en sont que le sommet de la pile.

### Chapitre 11. Primitives.

### Chapitre 12. Équations différentielles linéaires d'ordre 1.

### Chapitre 13. EDL2 à coefficients constants.

### Chapitre 14. Nombres réels (2).

Bornes supérieure et inférieure, partie entière, approximation décimale d'un réel.

### Chapitre 15. Continuité.

I) Étude locale : limites.

Cadre :  $f$  est une fonction définie sur  $I$  intervalle de  $\mathbb{R}$  à valeurs réelles.

Propriété vraie au voisinage de  $a$ , pour  $a \in \mathbb{R}$  ou  $a = +\infty$  ou  $a = -\infty$ .

1) Limites

Définitions : pour  $a \in I$  ou extrémité de  $I$ , limite finie ou infinie d'une fonction en  $a$ . Limite finie ou infinie d'une fonction en  $+\infty$  ou  $-\infty$  (9 cas).

Unicité de la limite.

Si  $f$  admet une limite finie en  $a$ , alors  $f$  est bornée au voisinage de  $a$ .

Limite à droite, à gauche, pour une fonction définie sur  $I \setminus \{a\}$ .

2) Opérations sur les fonctions admettant une limite finie ou infinie en  $a$  (somme, produit par un réel, produit, quotient). Composition. Limite d'une suite de limite  $a$  par une fonction admettant une limite en  $a$ .

3) Inégalités et limites.

Stabilité des inégalités larges par passage à la limite.

Théorèmes d'encadrement (limite finie), de minoration (limite  $+\infty$ ) et de majoration (limite  $-\infty$ ).

Théorème de la limite monotone.

4) Continuité en  $a$ .

Continuité de  $f$  en un  $a \in I$ . Continuité à droite et à gauche.

Prolongement par continuité en  $a$  lorsque  $f$  est définie sur  $I \setminus \{a\}$  et  $\lim_{x \rightarrow a, x \neq a} f(x) = \ell \in \mathbb{R}$ .

Opérations sur les fonctions continues en  $a$  : combinaisons linéaires, produit, quotient. Composition  $g \circ f$  de  $f$  continue en  $a$  et de  $g$  continue en  $f(a)$ .

II) Équivalents de fonctions : relation  $\sim$ .

Voir résumé de cours.

Propriétés usuelles découlant des limites : constantes non nulles, produit, quotient, puissance  $\alpha$ .

Propriétés conservées par équivalence : signe, limite.

Équivalents usuels.

Application au calcul de limites et étude de signes.

Application à la recherche d'asymptote oblique : vocabulaire branche parabolique d'une direction donnée.

III) Continuité sur un intervalle (étude « globale »)

Définition. Opérations : combinaisons linéaires, produit, quotient. Composée  $g \circ f$  de  $f$  continue sur  $I$  et de  $g$  continue sur  $f(I)$ .

Théorème des valeurs intermédiaires : énoncé et corollaire équivalent : l'image par  $f$  continue de  $I$  intervalle est un intervalle.

Théorème des bornes atteintes (admis) : Une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.

L'image d'un segment par une fonction continue sur celui-ci est un segment. Les autres formes d'intervalles ne sont pas conservées en général.