Programme de colle semaines 09 et 10 - du 07/11 au 18/11

Présentation et conseils. On peut voir la présentation et des conseils pour les colles dans les programmes des premières semaines, 7 et 8.

`http://thierry.limoges.free.fr/PTSI_2223/Prog_colle_semaine_07et08.pdf`

Rappel. L'interrogation peut porter sur l'ensemble des chapitres étudiés depuis le début de l'année. Ceux apparaissant ci-dessous n'en sont que le sommet de la pile.

Chapitre 8. Nombres entiers naturels et récurrence.

Démonstration par récurrence.

Chapitre 9. Calculs algébriques.

1) Signes somme et produit. Factorielle.

2) Techniques de calculs

Sommes arithmétiques : $\sum_{k=0}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$.

Exemples de changement d'indices, de sommes et produits télescopiques (principe des dominos).

Exemples du cours : calculs et interprétation géométrique de $\sum_{k=1}^{n} k$ (formule à connaître), de $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ (formule à connaître) en calculant $\sum_{k=0}^{n} [(k+1)^3 - k^3]$ de deux façons ; $\prod_{k=1}^{n} \left(1 + \frac{1}{k}\right)$

3) Coefficients binomiaux. Formule de Pascal.

4) Formule du binôme de Newton.

Applications à linéariser ($\cos^4(x)$...), à développer, à reconnaître pour factoriser.

5) Factorisation de $a^n - b^n = (a-b) \sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-1-k}$.

Sommes géométriques.

Exemples fondamentaux. Calcul de $\sum_{k=0}^{n} \cos(kx)$ et de $\sum_{k=0}^{n} \sin(kx)$.

6) Généralisation à n termes des formules des chapitres précédents.

7) Exemples de sommes doubles.

Notation $\sum_{(i,j)\in \mathrm{A}} u_{i,j}$ où A est une partie de $\mathbb{N}^2$, écriture avec deux indices d'une somme double dans des cas « simples » : sommation sur un rectangle de $\mathbb{N}^2$, un triangle.

Exemples du cours.

Calcul de $\sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} (2i+j)$; de $\sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} \min(i,j)$. Calcul de $\sum_{k=0}^{\mathrm{N}} \sum_{n=k}^{\mathrm{N}} \binom{n}{k}$ avec interversion de k et n.