

Programme de colle semaines 17 et 18 - du 17/01 au 28/01

Présentation et conseils. On peut voir la présentation et des conseils pour les colles dans les programmes des premières semaines, 7 et 8.

http://thierry.limoges.free.fr/PTSI_2122/Prog_colle_semaine_07et08.pdf

Rappel. L'interrogation peut porter sur l'ensemble des chapitres étudiés depuis le début de l'année. Ceux apparaissant ci-dessous n'en sont que le sommet de la pile.

Tout depuis le début de l'année, et en plus :

Chapitre 12. Suites.

1) Modes de définition.

Explicite, implicitement, par récurrence.

2) Limites

Suites convergentes, suites tendant vers $+\infty$, $-\infty$.

3) Suites extraites

Utilisation pour montrer qu'une suite n'admet pas de limite.

4) Suite majorée minorée, bornée

Toute suite convergente est bornée.

5) Opérations et limites.

Somme, multiplication par un réel. [combinaison linéaire]

Produit, inverse, quotient.

Composition d'une suite tendant vers a par une fonction admettant une limite en a .

6) Inégalités et limites.

Passage à la limite dans une inégalité large. Théorème de convergence par encadrement. Théorèmes de divergence par minoration ou majoration.

7) Monotonie.

Caractérisation pour les suites. Théorème de la limite monotone : convergence ou limite infinie.

8) Suites adjacentes.

Définition et théorème.

9) Compléments sur borne inférieure et supérieure.

Caractérisation de $\sup(A)$ parmi les majorants comme limite d'une suite d'éléments de A .

11) Équivalents usuels.

Rappels d'application de ceux des fonctions, comme $\sin\left(\frac{1}{n}\right) \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} \frac{1}{n}$

11) Suites à valeurs complexes.

Convergence d'une suite complexe. Traduction à l'aide des parties réelle et imaginaire. Suites complexes bornées ; toute suite complexe convergente est bornée. Opérations sur les suites convergentes : combinaisons linéaires, produit, quotient.

Exemples.

Convergence et limite de $(q^n)_{n \in \mathbb{N}}$ pour $q \in \mathbb{C}$ avec $|q| < 1$; divergence vers $+\infty$ de $(|q^n|)_{n \in \mathbb{N}}$ lorsque $|q| > 1$; cas $q = 1$ et $q = -1$.

Convergence de $\left(\frac{z^n}{n!}\right)_{n \in \mathbb{N}}$ vers 0, où $z \in \mathbb{C}$.

12) Étude de suites particulières.

1) Suites arithmético-géométriques.

Calcul du terme général d'une suite définie par $u_{n+1} = au_n + b$.

2) Suites récurrentes linéaires d'ordre deux.

Résolution de (R) : $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$ où $a, b \in \mathbb{C}$. Équation caractéristique. Forme (générale) des solutions à valeurs complexes ; à valeurs réelles lorsque $a, b \in \mathbb{R}$.

Calcul du terme général lorsque $u_0, u_1 \in \mathbb{C}$ sont donnés.

3) Exemples d'étude de suites définies par $u_0 \in \mathbb{R}$ et $u_{n+1} = f(u_n)$.