Programme de colle semaines 11 et 12 - du 22/11 au 03/12

Présentation et conseils. On peut voir la présentation et des conseils pour les colles dans les programmes des premières semaines, 7 et 8.

http://thierry.limoges.free.fr/PTSI_2122/Prog_colle_semaine_07et08.pdf

Rappel. L'interrogation peut porter sur l'ensemble des chapitres étudiés depuis le début de l'année. Ceux apparaissant ci-dessous n'en sont que le sommet de la pile.

Chapitre 2. Fonctions (1).

Fonctions usuelles

$\ln$, $\exp$, x^a , exponentielle et logarithme en base a (pour celles-ci, on revient à la définition), $\log$ en base a (revenir à la définition), ch , sh .

Croissances comparées des fonctions logarithme, puissances et exponentielle.

Chapitre 5. Nombres réels.

1) Quantificateurs, logique, raisonnement. Par contraposition ; par l'absurde.

2) Relation d'ordre dans $\mathbb{R}$. Compatibilité avec les opérations.

3) Parties majorées, minorées, bornées.

Majorant, minorant ; maximum, minimum.

4) Valeur absolue ; distance ; inégalité triangulaire.

5) Intervalles de $\mathbb{R}$; intervalles ouverts, fermés, bornés.

▲ Pas de borne supérieure, pas de borne inférieure, pas de partie entière.

Chapitre 6. Fonctions (2).

1) Généralités

Fonction de la variable réelle à valeurs réelles ; ensemble de définition.

2) Représentation graphique des fonctions associées ; notion d'affinité orthogonale.

Graphes des fonctions $x \mapsto f(x) + b$; $x \mapsto f(x + a)$; $x \mapsto f(\lambda x)$; $x \mapsto \mu f(x)$ obtenus à partir de la courbe représentative de f . Cas particuliers $\lambda = -1$; $\mu = -1$.

3) Opérations algébriques (somme, multiplication par un réel, produit) ; composition.

4) Parité, symétries de $\mathcal{C}_f$. Fait à titre d'exercice : décomposition d'une fonction en somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire ; raisonnement par analyse-synthèse (condition nécessaire, condition suffisante).

5) Périodicité. Parmi les exemples, la fonction distance à $\mathbb{Z}$.

6) Fonctions majorées, minorées, bornées. Interprétation géométrique de ces propriétés.

f est bornée si et seulement si $|f|$ est majorée.

7) Monotonie

8) Dérivation

Généralités. Dérivées usuelles sur des intervalles adaptés : x^a , $\cos$, $\sin$, $\tan$, $\ln$, $\exp$, ch , sh .

Opérations et dérivation, notamment dérivation de fonctions composées.

9) Plan d'étude d'une fonction

Vocabulaire asymptotes horizontales et verticales.

▲ Pas d'asymptotes obliques sans aide.

10) Fonctions trigonométriques circulaires

Ensemble de définition, périodicité, parité, symétrie des courbes, dérivée, signe, allure de la courbe. $\cos$, $\sin$, $\tan$.

Lorsqu'on réduit l'intervalle d'étude d'une fonction grâce à une périodicité ou une parité, on précise la transformation géométrique associée (translation, symétrie) pour obtenir toute la courbe, puis on « dépile » ces transformations.

Exemples de calculs de dérivées partielles et dérivées partielles secondes pour des fonctions de deux variables (vu en TD).

11) Dérivées d'ordre supérieur

12) Fonctions à valeurs complexes.

Chapitre 9. Bijections et réciproques.

1) Bijection et réciproque

Définition d'une bijection. Condition suffisante. Fonction réciproque, propriétés. Monotonie. Symétrie des courbes. Dérivation ponctuelle, sur un intervalle.

Exemples du cours. Bijectivité de $x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$; $\ln$ et $\exp$; fonctions carré et racine carré sur $]0; +\infty[$; cube et racine cubique sur $\mathbb{R}$ (prolonge sur $\mathbb{R}$ la fonction puissance un tiers) ; $x \mapsto x^n$ et $x \mapsto x^{\frac{1}{n}}$ sur $]0; +\infty[$.▲ Les fonctions $\sqrt[n]{\cdot}$ sur $\mathbb{R}_-$ pour n impair ne sont pas au programme de PTSI. Il est cependant intéressant d'en avoir rencontré comme exemple ou exercice.

2) Fonctions circulaires réciproques

Arcsin, Arccos, Arctan. Ensembles de définition et d'arrivée, de dérivabilité, dérivée, courbe.

Exemples du cours. $\operatorname{Arcsin}(x) + \operatorname{Arccos}(x) = \frac{\pi}{2}$ pour $x \in [-1; 1]$. $\operatorname{Arctan}(x) + \operatorname{Arctan}\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\pi}{2}$ pour $x > 0$ et $= -\frac{\pi}{2}$ pour $x < 0$.