## Programme de colle semaine 16 - du 11/01 au 15/01

Présentation et conseils. On peut voir la présentation et des conseils pour les colles dans les programmes des premières semaines, 4 e 5.

http://thierry.limoges.free.fr/PTSI\_2021/Prog\_colle\_semaine\_04.pdf

Rappel. L'interrogation peut porter sur l'ensemble des chapitres étudiés depuis le début de l'année. Ceux apparaissant ci-dessous n'en sont que le sommet de la pile.

## Exemples de questions de cours.

- Tous les équivalents usuels, dans le cadre des fonctions avec  $x \to 0$  ou avec dans le cadre d'une suite avec  $n \xrightarrow[+\infty]{}$ , soit  $\frac{1}{n} \xrightarrow[n \to \infty]{}$  0. Une erreur sur un équivalent usuel, une application d'une formule ailleurs qu'au bon voisinage, une somme ou une composition d'équivalents entraı̂ne une note inférieure à 9.
- Plan d'étude de recherche d'asymptote pour une fonction qui tend vers  $+\infty$  en  $+\infty$ .
- Enoncer le théorème des valeurs intermédiaires.
- Calculer des dérivées partielles sur un exemple.
- Énoncer le théorème de convergence par encadrement pour les suites et les théorèmes de divergence par majoration ou minoration.
- Enoncer le théorème de convergence monotone pour les suites. Que dire de l'éventuelle limite d'une suite décroissante?
- Définir ce que sont des suites adjacentes et énoncer le théorème correspondant.
- Méthode de résolution d'une suite arithmérico-géométrique. Savoir faire sur un exemple.

## Chapitre 11. Continuité.

II) Équivalents de fonctions : relation  $\sim$ .

Voir résumé de cours.

Propriétés usuelles découlant des limites : constantes non nulles, produit, quotient, puissance  $\alpha$ .

Propriétés conservées par équivalence : signe, limite.

Équivalents usuels.

Application au calcul de limites et étude de signes.

Application à la recherche d'asymptote oblique : vocabulaire branche parabolique d'une direction donnée.

III) Continuité sur un intervalle (étude « globale »)

Définition. Opérations : combinaisons linéaires, produit, quotient. Composée  $g \circ f$  de f continue sur I et de g continue sur f(I).

Théorème des valeurs intermédiaires : énoncé et corollaire équivalent : l'image par f continue de I intervalle est un intervalle.

Une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes (théorème admis).

L'image d'un segment par une fonction continue sur celui-ci est un segment. Les autres formes d'intervalles ne sont pas conservées en général.

## Chapitre 12. Suites.

1) Modes de définition.

Explicitement, implicitement, par récurrence.

2) Limites

Suites convergentes, suites tendant vers  $+\infty$ ,  $-\infty$ .

3) Suites extraites

Utilisation pour montrer qu'une suite n'admet pas de limite.

4) Suite majorée minorée, bornée

Toute suite convergente est bornée.

5) Opérations et limites.

Somme, multiplication par un réel. [combinaison linéaire]

Produit, inverse, quotient.

Composition d'une suite tendant vers a par une fonction admettant une limite en a.

6) Inégalités et limites.

Passage à la limite dans une inégalité large. Théorème de convergence par encadrement. Théorèmes de divergence par minoration ou majoration.

7) Monotonie.

Caractérisation pour les suites. Théorème de la limite monotone : convergence ou limite infinie.

8) Suites adjacentes.

Définition et théorème.

9) Compléments sur borne inférieure et supérieure.

Caractérisation de sup(A) parmi les majorants comme limite d'une suite d'éléments de A.

10) Suites à valeurs complexes.

Convergence d'une suite complexe. Traduction à l'aide des parties réelle et imaginaire. Suites complexes bornées ; toute suite complexe convergente est bornée. Opérations sur les suites convergentes : combinaisons linéaires, produit, quotient.

**Exemples.** Convergence et limite de  $(q^n)_{n\in\mathbb{N}}$  pour  $q\in\mathbb{C}$  avec |q|<1; divergence vers  $+\infty$  de  $(|q^n|)_{n\in\mathbb{N}}$  lorsque |q|>1; cas q=1 et q=-1.

- 11) Étude de suites particulières.
- 1) Suites arithmético-géométriques.

Calcul du terme général d'une suite définie par  $u_{n+1} = au_n + b$ .

▲ Pas Suites récurrentes linéaires d'ordre deux cette semaine.