

Programme de colle semaine 13 - du 07/12 au 11/12

Présentation et conseils. On peut voir la présentation et des conseils pour les colles dans les programmes des premières semaines, 4 e 5.

http://thierry.limoges.free.fr/PTSI_2021/Prog_colle_semaine_04.pdf

Rappel. L'interrogation peut porter sur l'ensemble des chapitres étudiés depuis le début de l'année. Ceux apparaissant ci-dessous n'en sont que le sommet de la pile.

Exemples de questions de cours.

- Calculer une primitive de $x \mapsto e^{ax} \cos(bx)$ ou de $x \mapsto e^{ax} \sin(bx)$ où $a, b \in \mathbb{R}$. Au choix, en complexifiant, ou bien par une double intégration par parties.
- Calculer $\int \frac{dx}{ax^2 + bx + c}$ sur un exemple.
- Énoncer le théorème d'intégration par parties (avec ses hypothèses) pour calculer une primitive ou une intégrale tel qu'il est dans le cours. Sans démonstration. Énoncer la définition d'une fonction de classe \mathcal{C}^1 sur I un intervalle.
- Énoncer le théorème de changement de variable (avec ses hypothèses) pour calculer une primitive ou une intégrale tel qu'il est dans le cours. Sans démonstration. Énoncer la définition d'une fonction de classe \mathcal{C}^1 sur I un intervalle.

Chapitre 9. Compléments sur les fonctions et EDL2.

I) Dérivées d'ordre supérieur.

Interprétation géométrique du signe de f'' .

▲ Le vocabulaire convexe, concave, point d'inflexion est hors programme.

II) Fonctions à valeurs complexes.

Dérivation de $f : I \rightarrow \mathbb{C}$ par $f' = a' + ib'$ où $f = a + ib$ avec a et b à valeurs réelles.

Cas particulier d'une fonction affine à coefficients complexes.

Dérivation de e^φ . C'est $(e^\varphi)' = \varphi' e^\varphi$ où $\varphi : I \rightarrow \mathbb{C}$ est dérivable et où \exp est la fonction exponentielle complexe.

▲ Pas de dérivation de fonctions $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ autres que dans le cas ci-dessus.

Cas particuliers $t \mapsto e^{\lambda t}$ où $\lambda \in \mathbb{C}$; $t \mapsto e^{it}$.

III) Équations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients constants.

1) Vocabulaire. Définition. Solution. Équation homogène associée.

2) Résolution de (E_0) . Équation caractéristique. Solutions à valeurs complexes. Solutions à valeurs réelles lorsque l'EDL2 est à coefficients réels.

3) Forme générale des solutions d'une EDL2 à coefficients constants avec second membre.

4) Recherche d'une solution particulière.

Principe de superposition des solutions.

Cas des seconds membres de la forme $e^{\lambda x}$ avec $\lambda \in \mathbb{C}$. En conséquence, tous les seconds membres qui s'écrivent comme combinaison linéaire de $e^{\lambda x}$.

Pour une EDL2 à coefficients réels, on peut trouver une solution particulière associée à un second membre égal à $\cos(x)$ en prenant la partie réelle d'une solution particulière associée à e^{ix} , plutôt que de faire l'autre calcul avec e^{-ix} (et généralisation avec d'autres seconds membres).

▲ Aucune règle n'est à connaître pour les seconds membres de la forme $P(x)e^{\lambda x}$ et leurs variantes.

5) Problème de Cauchy. Définition. Existence et unicité de la solution (admis dans le cas général), méthode pour la trouver en résolvant un système 2-2 (2 équations, 2 inconnues).

Chapitre 10. Primitives (2).

1) Intégrale d'une fonction à valeurs complexes (avec les parties réelle et imaginaire).

2) Primitives usuelles.

Reconnaître des fonctions dérivées, y compris des fonctions composées.

Application au calcul d'intégrales.

3) Théorème d'intégration par parties.

Version pour le calcul de primitives, version pour le calcul d'intégrales.

4) Théorème de changement de variable.

Version pour le calcul de primitives, version pour le calcul d'intégrales.

Applications et techniques.

Résolutions d'EDL1.

Technique pour calculer $\int \frac{dx}{ax^2 + bx + c}$ sur des exemples.

Trois cas avec $\frac{1}{a}$ en facteur, $x \mapsto \frac{1}{(x-x_1)(x-x_2)}$; $x \mapsto \frac{1}{(x-x_0)^2}$; $x \mapsto \frac{1}{(x-\alpha)^2 + \gamma^2}$,

notamment $x \mapsto \frac{1}{x^2 - 1}$; $x \mapsto \frac{1}{A^2 + x^2}$.