Programme de colle semaine 12 - du 30/11 au 04/12

Présentation et conseils. On peut voir la présentation et des conseils pour les colles dans les programmes des premières semaines, 4 e 5.

http://thierry.limoges.free.fr/PTSI_2021/Prog_colle_semaine_04.pdf

Rappel. L'interrogation peut porter sur l'ensemble des chapitres étudiés depuis le début de l'année. Ceux apparaissant ci-dessous n'en sont que le sommet de la pile.

Exemples de questions de cours.

- L'interrogation orale pourra comporter une ou des questions de cours, ou proche du cours.
- Dérivation de Arcsin avec démonstration (existence sur un intervalle à préciser et formule de $\mathrm{Arcsin}'(x)$, avec la formule de dérivation d'une réciproque).
- Dérivation de Arctan avec démonstration (existence sur un intervalle à préciser et formule de $\mathrm{Arctan}'(x)$, avec la formule de dérivation d'une réciproque).
- Simplifier $\mathrm{Arcsin}\,(x) + \mathrm{Arccos}\,(x)$ pour x à préciser.
- Simplifier $\mathrm{Arctan}\,(x) + \mathrm{Arctan}\left(\frac{1}{x}\right)$ pour x à préciser.

Chapitre 8. Fonctions bijectives et réciproques.

1) Bijection et réciproque

Définition d'une bijection. Condition suffisante. Fonction réciproque, propriétés. Monotonie. Symétrie des courbes. Dérivation ponctuelle, sur un intervalle.

Exemples du cours. Bijectivité de $x \longmapsto \dfrac{1}{1+x^2}$; ln et exp ; fonctions carré et racine carré sur $[\,0\,;+\infty\,[$; cube et racine cubique sur $\mathbb{R}$ (prolonge sur $\mathbb{R}$ la fonction puissance un tiers) ; $x \longmapsto x^n$ et $x \longmapsto x^{\frac{1}{n}}$ sur $]\,0\,;+\infty\,[$.

▲ Les fonctions $\sqrt[n]{\cdot}$ sur $\mathbb{R}_-$ pour n impair ne sont pas au programme de PTSI. Il est cependant intéressant d'en avoir rencontré comme exemple ou exercice.

2) Fonctions circulaires réciproques

Arcsin, Arccos, Arctan. Ensembles de définition et d'arrivée, de dérivabilité, dérivée, courbe.

Exemples du cours. $\mathrm{Arcsin}\,(x) + \mathrm{Arccos}\,(x) = \dfrac{\pi}{2}$ pour $x \in [\,-1\,;1\,]$.

$\mathrm{Arctan}\,(x) + \mathrm{Arctan}\left(\dfrac{1}{x}\right) = \dfrac{\pi}{2}$ pour $x > 0$ et $= -\dfrac{\pi}{2}$ pour $x < 0$.

Chapitre 9. Compléments sur les fonctions et EDL2.

I) Dérivées d'ordre supérieur.

Interprétation géométrique du signe de f''.

▲ Le vocabulaire convexe, concave, point d'inflexion est hors programme.

II) Fonctions à valeurs complexes.

Dérivation de $f : \mathrm{I} \longrightarrow \mathbb{C}$ par $f' = a' + \mathrm{i}b'$ où $f = a + \mathrm{i}b$ avec a et b à valeurs réelles.

Cas particulier d'une fonction affine à coefficients complexes.

Dérivation de e^{φ}. C'est $(\mathrm{e}^{\varphi})' = \varphi'\mathrm{e}^{\varphi}$ où $\varphi : \mathrm{I} \longrightarrow \mathbb{C}$ est dérivable et où exp est la fonction exponentielle complexe.

▲ Pas de dérivation de fonctions $\mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$ autres que dans le cas ci-dessus.

Cas particuliers $t \longmapsto \mathrm{e}^{\lambda t}$ où $\lambda \in \mathbb{C}$; $t \longmapsto \mathrm{e}^{\mathrm{i}t}$.

III) Équations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients constants.

1) Vocabulaire. Définition. Solution. Équation homogène associée.

2) Résolution de (E_0). Équation caractéristique. Solutions à valeurs complexes. Solutions à valeurs réelles lorsque l'EDL2 est à coefficients réels.

3) Forme générale des solutions d'une EDL2 à coefficients constants avec second membre.

4) Recherche d'une solution particulière.

Principe de superposition des solutions.

Cas des seconds membres de la forme $\mathrm{e}^{\lambda x}$ avec $\lambda \in \mathbb{C}$. En conséquence, tous les seconds membres qui s'écrivent comme combinaison linéaire de $\mathrm{e}^{\lambda x}$.

Pour une EDL2 à coefficients réels, on peut trouver une solution particulière associée à un second membre égal à $\cos(x)$ en prenant la partie réelle d'une solution particulière associée à $\mathrm{e}^{\mathrm{i}x}$, plutôt que de faire l'autre calcul avec $\mathrm{e}^{-\mathrm{i}x}$ (et généralisation avec d'autres seconds membres).

▲ Aucune règle n'est à connaître pour les seconds membres de la forme $\mathrm{P}(x)\mathrm{e}^{\lambda x}$ et leurs variantes.

5) Problème de Cauchy. Définition. Existence et unicité de la solution (admis dans le cas général), méthode pour la trouver en résolvant un système 2-2 (2 équations, 2 inconnues).