

Programme de colle semaine 10 - du 16/11 au 20/11

Présentation et conseils. On peut voir la présentation et des conseils pour les colles dans les programmes des premières semaines, 4 e 5.

http://thierry.limoges.free.fr/PTSI_2021/Prog_colle_semaine_04.pdf

Rappel. L'interrogation peut porter sur l'ensemble des chapitres étudiés depuis le début de l'année. Ceux apparaissant ci-dessous n'en sont que le sommet de la pile.

Chapitre 6. Nombres entiers naturels et récurrence.

▲ La construction de \mathbb{N} est hors programme.

Démonstration par récurrence.

Chapitre 7. Calculs algébriques.

1) Signes somme et produit. Factorielle.

2) Techniques de calculs

Sommes arithmétiques : $\sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$.

Exemples de changement d'indices, de sommes et produits télescopiques (principe des dominos).

Exemples du cours : calculs et interprétation géométrique

de $\sum_{k=1}^n k$, de $\sum_{k=1}^n k^2$ en calculant $\sum_{k=0}^n [(k+1)^3 - k^3]$ de deux façons ; $\prod_{k=1}^n \left(1 + \frac{1}{k}\right)$

3) Coefficients binomiaux. Formule de Pascal.

4) Formule du binôme de Newton.

Applications à linéariser ($\cos^4(x)\dots$), à développer, à reconnaître pour factoriser.

5) Factorisation de $a^n - b^n = (a - b) \sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-1-k}$.

Sommes géométriques.

Exemples fondamentaux. Calcul de $\sum_{k=0}^n \cos(kx)$ et de $\sum_{k=0}^n \sin(kx)$.

6) Généralisation à n termes des formules des chapitres précédents.

7) Exemples de sommes doubles.

Notation $\sum_{(i,j) \in A} u_{i,j}$ où A est une partie de \mathbb{N}^2 , écriture avec deux indices d'une somme double dans

des cas « simples » : sommation sur un rectangle de \mathbb{N}^2 , un triangle.

Exemples du cours.

Calcul de $\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n 2(i+j)$; de $\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \min(i,j)$. Calcul de $\sum_{k=0}^N \sum_{n=k}^N \binom{n}{k}$ avec interversion de k et n .