Programme de colle semaine 8 - du 02/11 au 06/11

Présentation et conseils. On peut voir la présentation et des conseils pour les colles dans les programmes des premières semaines, 4 e 5.

http://thierry.limoges.free.fr/PTSI_2021/Prog_colle_semaine_04.pdf

Rappel. L'interrogation peut porter sur l'ensemble des chapitres étudiés depuis le début de l'année. Ceux apparaissant ci-dessous n'en sont que le sommet de la pile.

Exemples de questions de cours.

- L'interrogation orale pourra comporter une ou des questions de cours, ou proche du cours.
- Mettre $1 + e^{i\theta}$ sous forme trigonométrique pour $\theta \in]-\pi; \pi[$ (ou variante avec $1 - e^{i\theta}$).
- Factoriser $e^{ip} + e^{iq}$ puis en déduire une factorisation de $\cos(p) + \cos(q)$ (ou variante avec différence ou sinus).
- Énoncer la définition d'une affinité orthogonale dans le plan. Cas où le rapport vaut -1 .
- Montrer que la fonction $x \mapsto \sin(\omega x)$ est T -périodique où $T \in \mathbb{R}_+^*$ est à déterminer.

Chapitre 3. Nombres réels (1)

- 1) Quantificateurs, logique, raisonnement. Par contraposition ; par l'absurde.
  - 2) Relation d'ordre dans $\mathbb{R}$. Compatibilité avec les opérations.
  - 3) Parties majorées, minorées, bornées.
Majorant, minorant ; maximum, minimum.
  - 4) Valeur absolue ; distance ; inégalité triangulaire.
  - 5) Intervalles de $\mathbb{R}$; intervalles ouverts, fermés, bornés.
- ▲ Pas de borne supérieure, pas de borne inférieure, pas de partie entière.

Chapitre 4. Nombres complexes (1)

- 1) Construction
  - 2) Forme algébrique
Parties réelle et imaginaire. Opérations sur les nombres complexes.
Point du plan associé à un nombre complexe, affixe d'un point du plan, affixe d'un vecteur du plan. On identifie $\mathbb{C}$ au plan usuel muni d'un repère orthonormé direct.
  - 3) Conjugaison
Compatibilité avec les opérations.
  - 4) Module
Interprétation géométrique de $|z - z'|$.
Relation $|z|^2 = z\bar{z}$, module d'un produit, d'un quotient.
Inégalité triangulaire, cas d'égalité.
 $||z| - |z'|| \leq |z + z'|$.
  - 5) Racines carrées complexes et polynômes du second degré
Racines carrées complexes d'un nombre complexe sous forme algébrique. Polynômes de degré 2 à coefficients dans $\mathbb{C}$. Formes développée, canonique, factorisée. Résolution des équations du second degré, discriminant. Somme et produit des racines d'une équation du second degré.
- ▲ Pas de division euclidienne de polynômes, pas de factorisation d'un polynôme de degré supérieur ou égal à 3 par $(z - z_0)$ lorsque z_0 est racine sans être guidé.

6) Nombres complexes de module 1.

$(\mathbb{U}, \times)$ est un sous-groupe de $(\mathbb{C}^*, \times)$: inclusion, contient 1, propriétés de stabilité par produit et passage à l'inverse.

Définition de $e^{i\theta}$ pour θ réel.

Si θ et θ' sont deux réels, alors $e^{i(\theta+\theta')} = e^{i\theta}e^{i\theta'}$

Formules d'Euler et de Moivre.

Applications : linéarisation de produits trigonométriques, retrouver des formules de trigonométrie.

7) Arguments d'un nombre complexe non nul

Écriture d'un nombre complexe non nul sous la forme $\rho e^{i\theta}$ avec $\rho > 0$ et $\theta \in \mathbb{R}$.

Arguments d'un nombre complexe non nul.

Relation de congruence modulo 2π sur $\mathbb{R}$.

Argument d'un produit, d'un quotient.

Factorisation de $1 + e^{i\theta}$; $1 - e^{i\theta}$.

Factoriser des expressions du type $\cos(p) + \cos(q)$ en factorisant $e^{ip} + e^{iq}$.

8) Exponentielle complexe

Définition de $\exp(z) = e^z$ pour z complexe : $e^z = e^{\operatorname{Re}(z)}e^{i\operatorname{Im}(z)}$.

Exponentielle d'une somme.

Pour tous z et z' dans $\mathbb{C}$, $\exp(z) = \exp(z')$ si et seulement si $z - z' \in 2i\pi\mathbb{Z}$.

▲ Pas de calcul de sommes $\sum_{k=0}^n \cos(kx)$; $\sum_{k=0}^n \sin(kx)$.

▲ Pas de racines n^{es} où $n \geq 3$. Pas la partie géométrie (transformations du plan).

Chapitre 5. Fonctions (1)

1) Généralités

Fonction de la variable réelle à valeurs réelles ; ensemble de définition.

2) Représentation graphique des fonctions associées ; notion d'affinité orthogonale.

Graphes des fonctions $x \mapsto f(x) + b$; $x \mapsto f(x + a)$; $x \mapsto f(\lambda x)$; $x \mapsto \mu f(x)$ obtenus à partir de la courbe représentative de f . Cas particuliers $\lambda = -1$; $\mu = -1$.

3) Opérations algébriques (somme, multiplication par un réel, produit) ; composition.

4) Parité, symétries de $\mathcal{C}_f$. Fait à titre d'exercice : décomposition d'une fonction en somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire ; raisonnement par analyse-synthèse (condition nécessaire, condition suffisante).

5) Périodicité. Parmi les exemples, la fonction distance à $\mathbb{Z}$.

6) Fonctions majorées, minorées, bornées. Interprétation géométrique de ces propriétés.

f est bornée si et seulement si $|f|$ est majorée.

7) Monotonie

8) Dérivation

Généralités. Dérivées usuelles sur des intervalles adaptés : x^α , $\cos$, $\sin$, $\tan$, $\ln$, $\exp$, ch , sh .

Opérations et dérivation, notamment dérivation de fonctions composées.

▲ Le tableau section 11 anticipe sur la suite du cours.

▲ Pas de réciproques, pas de Arcsin, Arccos, Arctan.

9) Plan d'étude d'une fonction

Vocabulaire asymptotes horizontales et verticales.

▲ Pas d'asymptotes obliques.

10) Fonctions usuelles

Ensemble de définition, périodicité, parité, symétrie des courbes, dérivée, signe, allure de la courbe.
Propriétés algébriques.

$\ln$, $\exp$, x^α , exponentielle et logarithme en base a (pour celles-ci, on peut revenir à la définition),
 $\cos$, $\sin$, $\tan$, ch , sh .

Croissance comparées des fonctions logarithme, puissance et exponentielle.

Lorsqu'on réduit l'intervalle d'étude d'une fonction grâce à une périodicité ou une parité, on précise la transformation géométrique associée (translation, symétrie) pour obtenir toute la courbe, puis on « dépile » ces transformations.

▲ Pas d'exemples de calculs de dérivées partielles et dérivées partielles secondes pour des fonctions de deux variables (pas encore vu en TD).