Programme de colle semaine 7 - du 12/10 au 16/10

Présentation et conseils. On peut voir la présentation et des conseils pour les colles dans les programmes des premières semaines, 4 e 5.

`http://thierry.limoges.free.fr/PTSI_2021/Prog_colle_semaine_04.pdf`

Rappel. L'interrogation peut porter sur l'ensemble des chapitres étudiés depuis le début de l'année. Ceux apparaissant ci-dessous n'en sont que le sommet de la pile.

Exemples de questions de cours.

- L'interrogation orale pourra comporter une ou des questions de cours, ou proche du cours.
- Mettre $1 + \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ sous forme trigonométrique pour $\theta \in \,]-\pi\,;\pi\,[$ (ou variante avec $1 - \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$).
- Factoriser $\mathrm{e}^{\mathrm{i}p} + \mathrm{e}^{\mathrm{i}q}$ puis en déduire une factorisation de $\cos(p) + \cos(q)$ (ou variante avec différence ou sinus).
- Énoncer la définition d'une affinité orthogonale dans le plan. Cas où le rapport vaut -1.
- Montrer que la fonction $x \longmapsto \sin(\omega x)$ est T-périodique où $\mathrm{T} \in \mathbb{R}_+^*$ est à déterminer.

Chapitre 4. Nombres complexes (1)

1) Construction

2) Forme algébrique

Parties réelle et imaginaire. Opérations sur les nombres complexes.

Point du plan associé à un nombre complexe, affixe d'un point du plan, affixe d'un vecteur du plan. On identifie $\mathbb{C}$ au plan usuel muni d'un repère orthonormé direct.

3) Conjugaison

Compatibilité avec les opérations.

4) Module

Interprétation géométrique de $|z - z'|$.

Relation $|z|^2 = z\overline{z}$, module d'un produit, d'un quotient.

Inégalité triangulaire, cas d'égalité.

$||z| - |z'|| \leqslant |z + z'|$.

5) Racines carrées complexes et polynômes du second degré

Racines carrées complexes d'un nombre complexe sous forme algébrique. Polynômes de degré 2 à coefficients dans $\mathbb{C}$. Formes développée, canonique, factorisée. Résolution des équations du second degré, discriminant. Somme et produit des racines d'une équation du second degré.

▲ Pas de division euclidienne de polynômes, pas de factorisation d'un polynôme de degré supérieur ou égal à 3 par $(z - z_0)$ lorsque z_0 est racine sans être guidé.

6) Nombres complexes de module 1.

$(\mathbb{U}, \times)$ est un sous-groupe de $(\mathbb{C}^*, \times)$: inclusion, contient 1, propriétés de stabilité par produit et passage à l'inverse.

Définition de $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ pour θ réel.

Si θ et θ' sont deux réels, alors $\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\theta+\theta')} = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta'}$

Formules d'Euler et de Moivre.

Applications : linéarisation de produits trigonométriques, retrouver des formules de trigonométrie.

7) Arguments d'un nombre complexe non nul

Écriture d'un nombre complexe non nul sous la forme $\rho\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ avec $\rho > 0$ et $\theta \in \mathbb{R}$.

Arguments d'un nombre complexe non nul.

Relation de congruence modulo 2π sur $\mathbb{R}$.
Argument d'un produit, d'un quotient.
Factorisation de $1 + \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$; $1 - \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$.
Factoriser des expressions du type $\cos(p) + \cos(q)$ en factorisant $\mathrm{e}^{\mathrm{i}p} + \mathrm{e}^{\mathrm{i}q}$.

8) Exponentielle complexe
Définition de $\exp(z) = \mathrm{e}^{z}$ pour z complexe : $\mathrm{e}^{z} = \mathrm{e}^{\mathrm{Re}(z)}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\mathrm{Im}(z)}$.
Exponentielle d'une somme.
Pour tous z et z' dans $\mathbb{C}$, $\exp(z) = \exp(z')$ si et seulement si $z - z' \in 2\mathrm{i}\pi\mathbb{Z}$.

▲ Pas de calcul de sommes $\sum\limits_{k=0}^{n} \cos(kx)$; $\sum\limits_{k=0}^{n} \sin(kx)$.

▲ Pas de racines n^{es} où $n \geqslant 3$. Pas la partie géométrie (transformations du plan).