

Programme de colle semaine 5 - du 28/09 au 02/10

Présentation

- Un des objectifs des interrogations orales (colles) est de faire des mathématiques dans un autre cadre qu'à l'écrit.

- **Déroulement.**

La colle dure une heure. Elle consiste à résoudre un ou plusieurs exercices sur des chapitres déjà étudiés, de difficulté qui pourra être standard ou avancée, sans préparation préalable.

Vous disposez du tableau pour écrire vos résolutions d'exercices. Certains arguments peuvent être complétés à l'oral.

Les exercices sont individuels.

Lorsque l'examineur vous interroge, vous lui présentez votre raisonnement en commentant à l'oral.

Si vous êtes bloqués, l'examineur vous donnera un indice.

La colle pourra comporter une ou des questions de cours, ou proche du cours. Elle peut prendre la forme d'un énoncé de théorème, d'une démonstration, d'un exemple d'application. Elle peut être posée par l'examineur au début ou pendant la colle.

- **Conseils.**

Veuillez ne pas effacer le tableau avant que l'examineur vous ai lu.

Savoir son cours fait partie des prérequis pour que la colle soit profitable.

Il n'est pas utile de stresser, que ce soit à cause de l'exposé ou de la note. Les examinateurs sont bienveillants et sont là pour vous aider afin de vous former aux oraux. Nous n'attendons pas que vos prestations du début de l'année soient dès maintenant de la qualité de celles des concours.

Il est courant de ne pas terminer l'ensemble des exercices d'une planche.

- **Note.**

La note reflètera non seulement la quantité et qualité d'avancement dans les exercices, mais aussi la prestation orale. À titre informatif, la dernière page détaille les attendus et critères d'évaluation au Concours Mines-Telecom.

- **Programme.** L'interrogation peut porter sur l'ensemble des chapitres étudiés depuis le début de l'année. Ceux apparaissant ci-dessous n'en sont que le sommet de la pile.

Chapitre 1. Équations différentielles linéaires d'ordre 1.

I) Primitives.

Définitions. Description sur un intervalle. Combinaison linéaire.

Dérivation des fonctions usuelles de terminale sur un intervalle à préciser.

$x \mapsto x^n$ pour $n \in \mathbb{Z}$, $\exp$, $\ln$, $\sqrt{\cdot}$, $\cos$, $\sin$.

Formules de dérivation usuelles et de terminales.

Pour u une fonction dérivable,

$$(e^u)' = u'e^u$$

$$(\ln(u))' = \frac{u'}{u} \text{ pour } u \text{ à valeurs strictement positives.}$$

$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$ pour u à valeurs strictement positives.

$(u^n)' = nu'u^{n-1}$ pour $n \in \mathbb{Z}$ et sur un intervalle bien choisi.

La fonction dérivée de $x \mapsto f(ax+b)$ est $x \mapsto af'(ax+b)$, où f est dérivable, sur un intervalle bien choisi.

En particulier, la dérivée de $x \mapsto \cos(5x)$ est $x \mapsto -5\sin(5x)$.

II) Équations différentielles linéaires d'ordre 1.

1) Vocabulaire. Définition. Solution. Équation homogène associée.

2) Résolution de (E_0) .

3) Forme générale des solutions d'une EDL1 avec second membre.

4) Recherche d'une solution particulière.

- Sous une forme donnée si celle-ci est suggérée par l'énoncé, ou si une solution évidente apparaît.

Principe de superposition des solutions.

- Méthode de variation de la constante.

5) Problème de Cauchy. Définition, existence et unicité de la solution.

▲ Aucune autre règle que la méthode de la variation de la constante n'est à connaître pour les EDL1, même concernant les seconds membres de la forme $P(x)e^{\lambda x}$ et leurs variantes.

Chapitre 2. Trigonométrie

1) Cercle et fonctions trigonométriques

$\mathcal{C} = \mathcal{C}(O, 1) : X^2 + Y^2 = 1 \quad ; \quad M: \begin{cases} \mathbb{R} \longrightarrow \mathcal{C} \\ \alpha \longmapsto M(\alpha) \end{cases} ; M(\alpha) : (\cos \alpha, \sin \alpha)$

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} ; \cos^2 x + \sin^2 x = 1 ; 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$

2) Valeurs remarquables

3) Angles associés.

Utilisation des propriétés de symétrie et rotation :

cosinus, sinus et tangente de $-x$; $x + \pi$; $\pi - x$;

cosinus et sinus de $\frac{\pi}{2} - x$; $x + \frac{\pi}{2}$.

4) Équations trigonométriques $\cos x = \cos a$; $\sin x = \sin a$; $\tan x = \tan a$, $a \in \mathbb{R}$.

5) Formules d'addition

6) Formules de duplication

7) Formules de linéarisation

Limites usuelles. $\lim_{x \rightarrow 0, x \neq 0} \frac{\sin x}{x} = 1 ; \quad \lim_{x \rightarrow 0, x \neq 0} \frac{\cos x - 1}{x^2} = -\frac{1}{2}$

8) Transformation de somme en produit

9) Combinaison linéaire de $\cos x$ et $\sin x$

Transformation de l'expression $a \cos x + b \sin x$ en $A \cos(x - \varphi)$.

Certaines formules sont à savoir, d'autres savoir qu'elles existent et à retrouver « rapidement ».

▲ Pas de nombres complexes. Pas de calcul de sommes $\sum_{k=0}^n \cos(kx)$; $\sum_{k=0}^n \sin(kx)$.

Chapitre 3. Nombres réels (1)

1) Quantificateurs, logique, raisonnement. Par contraposition ; par l'absurde.

2) Relation d'ordre dans $\mathbb{R}$. Compatibilité avec les opérations.

3) Parties majorées, minorées, bornées.

Majorant, minorant ; maximum, minimum.

4) Valeur absolue ; distance ; inégalité triangulaire.

5) Intervalles de $\mathbb{R}$; intervalles ouverts, fermés, bornés.

▲ Pas de borne supérieure, pas de borne inférieure, pas de partie entière.

Extrait des critères d'évaluation à l'oral au Concours Mines-Telecom.

Qu'apprécie l'examineur ?

L'examineur évalue votre capacité à :

- lire l'énoncé, identifier les grandeurs pertinentes et faire un schéma ;
- proposer une stratégie pour résoudre le problème, formuler des hypothèses ;
- énoncer des lois et vérifier leurs conditions d'application, expliciter des méthodes de calcul ;
- avoir un regard critique sur un résultat ou une expression littérale (ordre de grandeur, analyse dimensionnelle) ;
- communiquer à l'oral (clarté de l'expression, vocabulaire scientifique approprié) ; votre bonne connaissance des cours.

Conseils aux candidats

Soyez :

- rigoureux dans l'analyse de l'énoncé ;
- clair et précis dans votre exposé ;
- force de proposition de méthode de résolution ;
- attentif à votre prestation « orale » et à la gestion du tableau ;
- à l'écoute et réactif aux remarques de l'examineur.