

Programme de colle semaine 13 - du 09/12 au 13/12

Questions de cours

- L'interrogation orale (colle) comportera une ou des questions de cours, ou proche du cours. Celle-ci pourra être posée par l'examineur au début ou pendant la colle.
Voici ci-dessous des **exemples** de questions de cours.
- Calculer une primitive de $x \mapsto e^{ax} \cos(bx)$ ou de $x \mapsto e^{ax} \sin(bx)$ où $a, b \in \mathbb{R}$. Au choix, en complexifiant, ou bien par une double intégration par parties.
- Calculer $\int \frac{dx}{ax^2 + bx + c}$ sur un exemple.
- Énoncer le théorème d'intégration par parties (avec ses hypothèses) pour calculer une primitive ou une intégrale tel qu'il est dans le cours. Sans démonstration. Énoncer la définition d'une fonction de classe $\mathcal{C}^1$ sur I un intervalle.
- Énoncer le théorème de changement de variable (avec ses hypothèses) pour calculer une primitive ou une intégrale tel qu'il est dans le cours. Sans démonstration. Énoncer la définition d'une fonction de classe $\mathcal{C}^1$ sur I un intervalle.
- Énoncer la définition de $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ pour $a, b \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$ avec des quantificateurs (un cas parmi neuf).

L'interrogation peut porter sur l'ensemble des chapitres étudiés depuis le début de l'année. Ceux apparaissant ci-dessous n'en sont que le sommet de la pile.

Chapitre 11. Primitives (2).

1) Intégrale d'une fonction à valeurs complexes (avec les parties réelle et imaginaire).

2) Primitives usuelles.

Reconnaître des fonctions dérivées, y compris des fonctions composées.

Application au calcul d'intégrales.

3) Théorème d'intégration par parties.

Version pour le calcul de primitives, version pour le calcul d'intégrales.

4) Théorème de changement de variable.

Version pour le calcul de primitives, version pour le calcul d'intégrales.

5) Applications.

Résolutions d'EDL1.

Technique pour calculer $\int \frac{dx}{ax^2 + bx + c}$ sur des exemples.

Trois cas avec $\frac{1}{a}$ en facteur, $x \mapsto \frac{1}{(x - x_1)(x - x_2)}$; $x \mapsto \frac{1}{(x - x_0)^2}$; $x \mapsto \frac{1}{(x - \alpha)^2 + \gamma^2}$,

notamment $x \mapsto \frac{1}{x^2 - 1}$; $x \mapsto \frac{1}{A^2 + x^2}$.

Chapitre 12. Nombres réels (2).

1) Bornes supérieures et inférieures dans $\mathbb{R}$.

Pour A une partie de $\mathbb{R}$ non vide et majorée, l'ensemble des majorants de A est de la forme $[M_0; +\infty[$. On note $M_0 = \sup(A)$ le plus petit (minimum) des majorants.

Si A admet un maximum, alors $\max(A) = \sup(A)$.

Exemples du cours.

$A = \left\{ \frac{1}{n}; n \in \mathbb{N}^* \right\}$; $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 < 2\} =]-\sqrt{2}; \sqrt{2}[$; $C = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 < 2\}$ partie de $\mathbb{Q}$ bornée, sans bornes supérieure ni inférieure dans $\mathbb{Q}$.

2) Partie entière d'un réel

Définition. Unique entier k tel que $k \leq x < k+1$, ie $x \in [k; k+1[$. Notation $\lfloor x \rfloor$ ou $E(x)$.

Exemples du cours. Courbe et 1-périodicité de la fonction $x \mapsto x - \lfloor x \rfloor$.

Courbe de la fonction $x \mapsto \lfloor x \rfloor$.

3) Approximation décimale d'un réel.

Définition. Voir exercice 3.

Chapitre 13. Continuité.

1) Étude locale : limites.

Cadre : f est une fonction définie sur I intervalle de $\mathbb{R}$ à valeurs réelles.

Propriété vraie au voisinage de a , pour $a \in \mathbb{R}$ ou $a = +\infty$ ou $a = -\infty$.

1) Limites

Définitions : pour $a \in I$ ou extrémité de I , limite finie ou infinie d'une fonction en a . Limite finie ou infinie d'une fonction en $+\infty$ ou $-\infty$ (9 cas).

Unicité de la limite.

Si f admet une limite finie en a , alors f est bornée au voisinage de a .

Limite à droite, à gauche, pour une fonction définie sur $I \setminus \{a\}$. Notation $\lim_{x \rightarrow a, x \neq a} f(x) = b$.

2) Opérations sur les fonctions admettant une limite finie ou infinie en a (somme, produit par un réel, produit, quotient). Composition. Limite d'une suite de limite a par une fonction admettant une limite en a .

3) Inégalités et limites.

Stabilité des inégalités larges par passage à la limite.

Théorèmes d'encadrement (limite finie), de minoration (limite $+\infty$) et de majoration (limite $-\infty$).

Théorème de la limite monotone.

4) Continuité en a .

Continuité de f en un $a \in I$. Continuité à droite et à gauche.

Prolongement par continuité en a lorsque f est définie sur $I \setminus \{a\}$ et $\lim_{x \rightarrow a, x \neq a} f(x) = \ell \in \mathbb{R}$.

Opérations sur les fonctions continues en a : combinaisons linéaires, produit, quotient. Composition $g \circ f$ de f continue en a et de g continue en $f(a)$.