

Programme de colle semaine 12 - du 02/12 au 06/12

Questions de cours

- L'interrogation orale (colle) comportera une ou des questions de cours, ou proche du cours. Celle-ci pourra être posée par l'examinateur au début ou pendant la colle. Voici ci-dessous des **exemples** de questions de cours.
- Dérivation de Arcsin avec démonstration (existence sur un intervalle à préciser et formule de $\text{Arcsin}'(x)$, avec la formule de dérivation d'une réciproque).
- Dérivation de Arctan avec démonstration (existence sur un intervalle à préciser et formule de $\text{Arctan}'(x)$, avec la formule de dérivation d'une réciproque).
- Simplifier $\text{Arcsin}(x) + \text{Arccos}(x)$ pour x à préciser.
- Simplifier $\text{Arctan}(x) + \text{Arctan}\left(\frac{1}{x}\right)$ pour x à préciser.
- Calculer une primitive de $x \mapsto e^{ax} \cos(bx)$ ou de $x \mapsto e^{ax} \sin(bx)$ où $a, b \in \mathbb{R}$. Au choix, en complexifiant, ou bien par une double intégration par parties.
- Calculer $\int \frac{dx}{ax^2 + bx + c}$ sur un exemple.
- Énoncer le théorème d'intégration par parties (avec ses hypothèses) pour calculer une primitive ou une intégrale tel qu'il est dans le cours. Sans démonstration. Énoncer la définition d'une fonction de classe $\mathcal{C}^1$ sur I un intervalle.
- Énoncer le théorème de changement de variable (avec ses hypothèses) pour calculer une primitive ou une intégrale tel qu'il est dans le cours. Sans démonstration. Énoncer la définition d'une fonction de classe $\mathcal{C}^1$ sur I un intervalle.

L'interrogation peut porter sur l'ensemble des chapitres étudiés depuis le début de l'année. Ceux apparaissant ci-dessous n'en sont que le sommet de la pile.

Chapitre 10. Fonctions bijectives et réciproques.

1) Bijection et réciproque

Définition d'une bijection. Condition suffisante. Fonction réciproque, propriétés. Monotonie. Symétrie des courbes. Dérivation ponctuelle, sur un intervalle.

Exemples du cours. Bijectivité de $x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$; $\ln$ et $\exp$; fonctions carré et racine carré sur $[0; +\infty[$; cube et racine cubique sur $\mathbb{R}$ (prolonge sur $\mathbb{R}$ la fonction puissance un tiers) ; $x \mapsto x^n$ et $x \mapsto x^{\frac{1}{n}}$ sur $]0; +\infty[$.

▲ Les fonctions $\sqrt[n]{\cdot}$ sur $\mathbb{R}_-$ pour n impair ne sont pas au programme de PTSI. Il est cependant intéressant d'en avoir rencontré comme exemple ou exercice.

2) Fonctions circulaires réciproques

Arcsin, Arccos, Arctan. Ensembles de définition et d'arrivée, de dérivabilité, dérivée, courbe.

Exemples du cours. $\text{Arcsin}(x) + \text{Arccos}(x) = \frac{\pi}{2}$ pour $x \in [-1; 1]$.

$\text{Arctan}(x) + \text{Arctan}\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\pi}{2}$ pour $x > 0$ et $= -\frac{\pi}{2}$ pour $x < 0$.

Chapitre 11. Primitives (2).

1) Intégrale d'une fonction à valeurs complexes (avec les parties réelle et imaginaire).

2) Primitives usuelles.

Reconnaître des fonctions dérivées, y compris des fonctions composées.

Application au calcul d'intégrales.

3) Théorème d'intégration par parties.

Version pour le calcul de primitives, version pour le calcul d'intégrales.

4) Théorème de changement de variable.

Version pour le calcul de primitives, version pour le calcul d'intégrales.

5) Applications.

Résolutions d'EDL1.

Technique pour calculer $\int \frac{dx}{ax^2 + bx + c}$ sur des exemples.

Trois cas avec $\frac{1}{a}$ en facteur, $x \mapsto \frac{1}{(x - x_1)(x - x_2)}$; $x \mapsto \frac{1}{(x - x_0)^2}$; $x \mapsto \frac{1}{(x - \alpha)^2 + \gamma^2}$,

notamment $x \mapsto \frac{1}{x^2 - 1}$; $x \mapsto \frac{1}{A^2 + x^2}$.