Programme de colle semaine 10 - du 18/11 au 22/11

Questions de cours

- L'interrogation orale (colle) comportera une ou des questions de cours, ou proche du cours. Celle-ci pourra être posée par l'examinateur au début ou pendant la colle.
  Voici ci-dessous des **exemples** de questions de cours.
- Calculer une primitive de $x \longmapsto \mathrm{e}^{ax}\cos(bx)$ ou de $x \longmapsto \mathrm{e}^{ax}\sin(bx)$ où $a, b \in \mathbb{R}$.
- Énoncer la forme des solutions générales à valeurs complexes de $y'' + ay' + by = 0$ où $a, b \in \mathbb{C}$ et énoncer la forme des solutions générales à valeurs réelles lorsque $a, b \in \mathbb{R}$.
- Énoncer la forme $\varphi(x)$ sous laquelle chercher une solution particulière φ d'une EDL2 à coefficients constants de la forme $y'' + ay' + by = \mathrm{e}^{\lambda x}$ où $a, b, \lambda \in \mathbb{C}$.
- Énoncer la formule du binôme de Newton et la factorisation de $a^n - b^n$.
- Calculer $\sum\limits_{k=0}^{n} \cos(kx)$ ou $\sum\limits_{k=0}^{n} \sin(kx)$.

L'interrogation peut porter sur l'ensemble des chapitres étudiés depuis le début de l'année. Ceux apparaissant ci-dessous n'en sont que le sommet de la pile.

Chapitre 9. Compléments sur les fonctions et EDL2.

III) Équations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients constants.

1) Vocabulaire. Définition. Solution. Équation homogène associée.

2) Résolution de (E_0). Équation caractéristique. Solutions à valeurs complexes. Solutions à valeurs réelles lorsque l'EDL2 est à coefficients réels.

3) Forme générale des solutions d'une EDL2 à coefficients constants avec second membre.

4) Recherche d'une solution particulière.

Principe de superposition des solutions.

Cas des seconds membres de la forme $\mathrm{e}^{\lambda x}$ avec $\lambda \in \mathbb{C}$. En conséquence, tous les seconds membres qui s'écrivent comme combinaison linéaire de $\mathrm{e}^{\lambda x}$.

Pour une EDL2 à coefficients réels, on peut trouver une solution particulière associée à un second membre égal à $\cos(x)$ en prenant la partie réelle d'une solution particulière associée à $\mathrm{e}^{\mathrm{i}x}$, plutôt que de faire l'autre calcul avec $\mathrm{e}^{-\mathrm{i}x}$ (et généralisation avec d'autres seconds membres).

▲ Aucune règle n'est à connaître pour les seconds membres de la forme $\mathrm{P}(x)\mathrm{e}^{\lambda x}$ et leurs variantes.

5) Problème de Cauchy. Définition. Existence et unicité de la solution (admis dans le cas général), méthode pour la trouver en résolvant un système 2-2 (2 équations, 2 inconnues).

Chapitre 8. Calculs algébriques.

1) Signes somme et produit. Factorielle.

2) Techniques de calculs

Sommes arithmétiques : $\sum\limits_{k=0}^{n} k = \dfrac{n(n+1)}{2}$.

Exemples de changement d'indices, de sommes et produits télescopiques (principe des dominos).

3) Factorisation de $a^n - b^n = (a-b)\sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-1-k}$.

Sommes géométriques.

Exemples du cours : calculs et interprétation géométrique de $\sum_{k=1}^{n} k$, de $\sum_{k=1}^{n} k^2$ en calculant $\sum_{k=0}^{n} [(k+1)^3 - k^3]$ de deux façons ; $\prod_{k=1}^{n} \left(1 + \frac{1}{k}\right)$

Exemples fondamentaux. Calcul de $\sum_{k=0}^{n} \cos(kx)$ et de $\sum_{k=0}^{n} \sin(kx)$.

4) Coefficients binomiaux. Formule de Pascal. Formule du binôme de Newton.

Applications à linéariser ($\cos^4(x)$...), à développer, à reconnaître pour factoriser.

5) Exemples de sommes doubles.

Notation $\sum_{(i,j)\in \mathrm{A}} u_{i,j}$ où A est une partie de $\mathbb{N}^2$, écriture avec deux indices d'une somme double dans des cas « simples » : sommation sur un rectangle de $\mathbb{N}^2$, un triangle.

Exemples du cours. Calcul de $\sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} 2(i+j)$; de $\sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} \min(i,j)$. Calcul de $\sum_{k=0}^{\mathrm{N}} \sum_{n=k}^{\mathrm{N}} \binom{n}{k}$ avec interversion de k et n.

6) Généralisation à n termes des formules des chapitres précédents.