

Programme de colle semaine 9 - du 12/11 au 15/11

Questions de cours

- L'interrogation orale (colle) comportera une ou des questions de cours, ou proche du cours. Celle-ci pourra être posée par l'examineur au début ou pendant la colle. Voici ci-dessous des **exemples** de questions de cours.
- Calculer les dérivées partielles et dérivées partielles secondes de fonctions de deux variables sur un exemple.
- Définition, parité et variations (tableaux) des fonctions ch et sh . Énoncé des propriétés fondamentales ($\operatorname{ch} + \operatorname{sh} = \exp$; $\operatorname{ch}^2 - \operatorname{sh}^2 = 1$)
- Calculer une primitive de $x \mapsto e^{ax} \cos(bx)$ ou de $x \mapsto e^{ax} \sin(bx)$ où $a, b \in \mathbb{R}$.
- Énoncer la forme des solutions générales à valeurs complexes de $y'' + ay' + by = 0$ où $a, b \in \mathbb{C}$ et énoncer la forme des solutions générales à valeurs réelles lorsque $a, b \in \mathbb{R}$.
- Énoncer la forme $\varphi(x)$ sous laquelle chercher une solution particulière φ d'une EDL2 à coefficients constants de la forme $y'' + ay' + by = e^{\lambda x}$ où $a, b, \lambda \in \mathbb{C}$.

L'interrogation peut porter sur l'ensemble des chapitres étudiés depuis le début de l'année. Ceux apparaissant ci-dessous n'en sont que le sommet de la pile.

Chapitre 6. Fonctions (1)

Exemples de calculs de dérivées partielles et dérivées partielles secondes pour des fonctions de deux variables (vu en TD).

Chapitre 7. Nombres entiers naturels et récurrence.

▲ La construction de \mathbb{N} est hors programme.

Démonstration par récurrence.

Chapitre 9. Compléments sur les fonctions et EDL2.

I) Dérivées d'ordre supérieur.

Interprétation géométrique du signe de f'' .

▲ Le vocabulaire convexe, concave, point d'inflexion est hors programme.

II) Fonctions à valeurs complexes.

Dérivation de $f : I \rightarrow \mathbb{C}$ par $f' = a + ib$ où $f = a + ib$ avec a et b à valeurs réelles.

Cas particulier d'une fonction affine complexe.

Dérivation de e^φ . C'est $(e^\varphi)' = \varphi' e^\varphi$ où $\varphi : I \rightarrow \mathbb{C}$ est dérivable et où \exp est la fonction exponentielle complexe.

▲ Pas de dérivation de fonctions $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ autres que dans le cas ci-dessus.

Cas particuliers $t \mapsto e^{\lambda t}$ où $\lambda \in \mathbb{C}$; $t \mapsto e^{it}$.

Application au calcul d'une primitive de $x \mapsto e^{ax} \cos(bx)$ et $x \mapsto e^{ax} \sin(bx)$ où $a, b \in \mathbb{R}$.

▲ Le chapitre 8 (calculs algébriques) n'est pas au programme de cette semaine hormis le point 1) ci-dessous.

III) Équations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients constants.

1) Vocabulaire. Définition. Solution. Équation homogène associée.

2) Résolution de (E_0) . Équation caractéristique. Solutions à valeurs complexes. Solutions à valeurs réelles lorsque l'EDL2 est à coefficients réels.

3) Forme générale des solutions d'une EDL2 à coefficients constants avec second membre.

4) Recherche d'une solution particulière.

Principe de superposition des solutions.

Cas des seconds membres de la forme $e^{\lambda x}$ avec $\lambda \in \mathbb{C}$. En conséquence, tous les seconds membres qui s'écrivent comme combinaison linéaire de $e^{\lambda x}$.

Pour une EDL2 à coefficients réels, on peut trouver une solution particulière associée à un second membre égal à $\cos(x)$ en prenant la partie réelle d'une solution particulière associée à e^{ix} , plutôt que de faire l'autre calcul avec e^{-ix} (et généralisation avec d'autres seconds membres).

▲ Aucune règle n'est à connaître pour les seconds membres de la forme $P(x)e^{\lambda x}$ et leurs variantes.

5) Problème de Cauchy. Définition. Existence et unicité de la solution (admis dans le cas général), méthode pour la trouver en résolvant un système 2-2 (2 équations, 2 inconnues).

Chapitre 8. Calculs algébriques.

1) Signes somme et produit. Factorielle.

▲ Seulement leur définition cette semaine. Peu de techniques ont été abordées.