Programme de colle semaine 6 - du 07/10 au 11/10

Questions de cours

- L'interrogation orale (colle) comportera une ou des questions de cours, ou proche du cours. Celle-ci pourra être posée par l'examinateur au début ou pendant la colle. Voici ci-dessous des **exemples** de questions de cours.
- Mettre $1 + \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ sous forme trigonométrique pour $\theta \in \left]-\pi\,;\pi\right[$ (ou variante avec $1 - \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$).
- Factoriser $\mathrm{e}^{\mathrm{i}p} + \mathrm{e}^{\mathrm{i}q}$ puis en déduire une factorisation de $\cos(p) + \cos(q)$ (ou variante avec différence ou sinus).
- Énoncer la définition d'une affinité orthogonale dans le plan.
- Montrer que la fonction $x \longmapsto \sin(\omega x)$ est T-périodique où $\mathrm{T} \in \mathbb{R}_+^*$ est à déterminer.

L'interrogation peut porter sur l'ensemble des chapitres étudiés depuis le début de l'année. Ceux apparaissant ci-dessous n'en sont que le sommet de la pile.

Chapitre 5. Nombres complexes (1)

1) Construction
2) Forme algébrique

Parties réelle et imaginaire. Opérations sur les nombres complexes.

Point du plan associé à un nombre complexe, affixe d'un point du plan, affixe d'un vecteur du plan. On identifie $\mathbb{C}$ au plan usuel muni d'un repère orthonormé direct.

3) Conjugaison

Compatibilité avec les opérations.

4) Module

Interprétation géométrique de $|z - z'|$.

Relation $|z|^2 = z\overline{z}$, module d'un produit, d'un quotient.

Inégalité triangulaire, cas d'égalité.

$||z| - |z'|| \leqslant |z + z'|$.

5) Racines carrées complexes et polynômes du second degré

Racines carrées complexes d'un nombre complexe sous forme algébrique. Polynômes de degré 2 à coefficients dans $\mathbb{C}$. Formes développée, canonique, factorisée. Résolution des équations du second degré, discriminant. Somme et produit des racines d'une équation du second degré.

▲ Pas de calcul de racines carrées sous forme exponentielle.

▲ Pas de division euclidienne de polynômes, pas de factorisation d'un polynôme de degré supérieur ou égal à 3 par $(z - z_0)$ lorsque z_0 est racine sans être guidé.

6) Nombres complexes de module 1.

$(\mathbb{U}, \times)$ est un sous-groupe de $(\mathbb{C}^*, \times)$: inclusion, contient 1, propriétés de stabilité par produit et passage à l'inverse.

Définition de $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ pour θ réel.

Si θ et θ' sont deux réels, alors $\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\theta+\theta')} = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta'}$

Formules d'Euler et de Moivre.

Applications : linéarisation de produits trigonométriques, retrouver des formules de trigonométrie.

7) Arguments d'un nombre complexe non nul

Écriture d'un nombre complexe non nul sous la forme $\rho\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ avec $\rho > 0$ et $\theta \in \mathbb{R}$.

Arguments d'un nombre complexe non nul.

Relation de congruence modulo 2π sur $\mathbb{R}$.
Argument d'un produit, d'un quotient.
Factorisation de $1+\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$; $1-\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$.
Factoriser des expressions du type $\cos(p)+\cos(q)$ en factorisant $\mathrm{e}^{\mathrm{i}p}+\mathrm{e}^{\mathrm{i}q}$.

8) Exponentielle complexe
Définition de $\exp(z)=\mathrm{e}^{z}$ pour z complexe : $\mathrm{e}^{z}=\mathrm{e}^{\mathrm{Re}(z)}\mathrm{e}^{\mathrm{iIm}(z)}$.
Exponentielle d'une somme.
Pour tous z et z' dans $\mathbb{C}$, $\exp(z)=\exp(z')$ si et seulement si $z-z'\in 2\mathrm{i}\pi\mathbb{Z}$.

▲ Pas de calcul de sommes $\sum_{k=0}^{n}\cos(kx)$; $\sum_{k=0}^{n}\sin(kx)$.
▲ Pas de racines n^{es}. Pas la partie géométrie (transformations du plan).

Chapitre 6. Fonctions (1)

1) Généralités
Fonction de la variable réelle à valeurs réelles ; ensemble de définition.
2) Représentation graphique des fonctions associées ; notion d'affinité orthogonale.
Graphes des fonctions $x\longmapsto f(x)+b$; $x\longmapsto f(x+a)$; $x\longmapsto f(\lambda x)$; $x\longmapsto \mu f(x)$ obtenus à partir de la courbe représentative de f. Cas particuliers $\lambda=-1$; $\mu=-1$.
3) Opérations algébriques (somme, multiplication par un réel, produit) ; composition.
4) Parité, symétries de $\mathscr{C}_f$. Fait à titre d'exercice : décomposition d'une fonction en somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire ; raisonnement par analyse-synthèse (condition nécessaire, condition suffisante).
5) Périodicité. Parmi les exemples, la fonction distance à $\mathbb{Z}$.
6) Fonctions majorées, minorées, bornées. Interprétation géométrique de ces propriétés.
f est bornée si et seulement si $|f|$ est majorée.