

## Programme de colle semaine 5 - du 30/09 au 04/10

### Questions de cours

- L'interrogation orale (colle) comportera une ou des questions de cours, ou proche du cours. Celle-ci pourra être posée par l'examinateur au début ou pendant la colle. Voici ci-dessous des **exemples** de questions de cours.
- Résoudre sur  $\mathbb{R}$  l'équation différentielle  $y' - 2y = 6$  en trouvant une solution particulière constante.
- Retrouver et démontrer la formule de  $\tan(a + b)$  à partir de celles de  $\cos(a + b)$  et  $\sin(a + b)$ .
- Montrer que si une partie  $A$  de  $\mathbb{R}$  admet un maximum, alors celui-ci est unique.
- Mettre  $1 + e^{i\theta}$  sous forme trigonométrique pour  $\theta \in ]-\pi; \pi[$  (ou variante avec  $1 - e^{i\theta}$ ).
- Factoriser  $e^{ip} + e^{iq}$  puis en déduire une factorisation de  $\cos(p) + \cos(q)$  (ou variante avec différence ou sinus).

L'interrogation peut porter sur l'ensemble des chapitres étudiés depuis le début de l'année. Ceux apparaissant ci-dessous n'en sont que le sommet de la pile.

### Chapitre 4. Nombres réels (1)

- 1) Quantificateurs, logique, raisonnement. Par contraposition ; par l'absurde.
  - 2) Relation d'ordre dans  $\mathbb{R}$ . Compatibilité avec les opérations.
  - 3) Parties majorées, minorées, bornées.  
Majorant, minorant ; maximum, minimum.
  - 4) Valeur absolue ; distance ; inégalité triangulaire.
  - 5) Intervalles de  $\mathbb{R}$  ; intervalles ouverts, fermés, bornés.
- ▲ Pas de borne supérieure, pas de borne inférieure, pas de partie entière.

### Chapitre 5. Nombres complexes (1)

- 1) Construction
- 2) Forme algébrique  
Parties réelle et imaginaire. Opérations sur les nombres complexes.  
Point du plan associé à un nombre complexe, affixe d'un point du plan, affixe d'un vecteur du plan. On identifie  $\mathbb{C}$  au plan usuel muni d'un repère orthonormé direct.
- 3) Conjugaison  
Compatibilité avec les opérations.
- 4) Module  
Interprétation géométrique de  $|z - z'|$ .  
Relation  $|z|^2 = z\bar{z}$ , module d'un produit, d'un quotient.  
Inégalité triangulaire, cas d'égalité.  
 $||z| - |z'|| \leq |z + z'|$ .
- 5) Racines carrées complexes et polynômes du second degré  
Racines carrées complexes d'un nombre complexe sous forme algébrique. Polynômes de degré 2 à coefficients dans  $\mathbb{C}$ . Formes développée, canonique, factorisée. Résolution des équations du second degré, discriminant. Somme et produit des racines d'une équation du second degré.

▲ Pas de calcul de racines carrées sous forme exponentielle.

▲ Pas de division euclidienne de polynômes, pas de factorisation d'un polynôme de degré supérieur ou égal à 3 par  $(z - z_0)$  lorsque  $z_0$  est racine sans être guidé.

6) Nombres complexes de module 1.

$(\mathbb{U}, \times)$  est un sous-groupe de  $(\mathbb{C}^*, \times)$  : inclusion, contient 1, propriétés de stabilité par produit et passage à l'inverse.

Définition de  $e^{i\theta}$  pour  $\theta$  réel.

Si  $\theta$  et  $\theta'$  sont deux réels, alors  $e^{i(\theta+\theta')} = e^{i\theta}e^{i\theta'}$

Formules d'Euler et de Moivre.

Applications : linéarisation de produits trigonométriques, retrouver des formules de trigonométrie.

7) Arguments d'un nombre complexe non nul

Écriture d'un nombre complexe non nul sous la forme  $\rho e^{i\theta}$  avec  $\rho > 0$  et  $\theta \in \mathbb{R}$ .

Arguments d'un nombre complexe non nul.

Relation de congruence modulo  $2\pi$  sur  $\mathbb{R}$ .

Argument d'un produit, d'un quotient.

Factorisation de  $1 + e^{i\theta}$  ;  $1 - e^{i\theta}$ .

Factoriser des expressions du type  $\cos(p) + \cos(q)$  en factorisant  $e^{ip} + e^{iq}$ .

▲ Pas de fonction exponentielle complexe cette semaine (hormis la notation pour les complexes de module 1).

▲ Pas de calcul de sommes  $\sum_{k=0}^n \cos(kx)$  ;  $\sum_{k=0}^n \sin(kx)$ .

▲ Pas de racines  $n^{\text{es}}$ . Pas la partie géométrie (transformations du plan).