Programme de colle semaine 4 - du 23/09 au 27/09

Questions de cours

- L'interrogation orale (colle) comportera une ou des questions de cours, ou proche du cours. Celle-ci pourra être posée par l'examinateur au début ou pendant la colle.
  Voici ci-dessous des **exemples** de questions de cours.
- Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle $y' - 2y = 6$ en trouvant une solution particulière constante.
- Retrouver et démontrer la formule de $\tan(a+b)$ à partir de celles de $\cos(a+b)$ et $\sin(a+b)$.
- Montrer que si une partie A de $\mathbb{R}$ admet un maximum, alors celui-ci est unique.

Chapitre 1. Équations différentielles linéaires d'ordre 1.

I) Primitives.
Définitions. Description sur un intervalle. Combinaison linéaire.
Dérivation des fonctions usuelles de terminale sur un intervalle à préciser.
$x \longmapsto x^n$ pour $n \in \mathbb{Z}$, exp, ln, $\sqrt{\cdot}$, cos, sin.

Formules de dérivation usuelles et de terminales.
Pour u une fonction dérivable,
$(\mathrm{e}^u)' = u'\mathrm{e}^u$
$(\ln(u))' = \dfrac{u'}{u}$ pour u à valeurs strictement positives.
$(\sqrt{u})' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$ pour u à valeurs strictement positives.
$(u^n)' = nu'u^{n-1}$ pour $n \in \mathbb{Z}$ et sur un intervalle bien choisi.
La fonction dérivée de $x \longmapsto f(ax+b)$ est $x \longmapsto af'(ax+b)$, où f est dérivable, sur un intervalle bien choisi.
En particulier, la dérivée de $x \longmapsto \cos(5x)$ est $x \longmapsto -5\sin(5x)$.

II) Équations différentielles linéaires d'ordre 1.
1) Vocabulaire. Définition. Solution. Équation homogène associée.
2) Résolution de (E_0).
3) Forme générale des solutions d'une EDL1 avec second membre.
4) Recherche d'une solution particulière.
- Sous une forme donnée si celle-ci est suggérée par l'énoncé, ou si une solution évidente apparaît.
Principe de superposition des solutions.
- Méthode de variation de la constante.

5) Problème de Cauchy. Définition, existence et unicité de la solution.

▲ Aucune autre règle que la méthode de la variation de la constante n'est à connaître pour les EDL1, même concernant les seconds membres de la forme $\mathrm{P}(x)\mathrm{e}^{\lambda x}$ et leurs variantes.

Chapitre 2. Intégration

Notion d'intégrale sur un segment pour la SII et la physique.

Proposition. Calcul d'intégrales.
Si $f : \mathrm{I} \longrightarrow \mathbb{C}$ est continue, alors pour tous $a, b \in \mathrm{I}$,

$$\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t = \mathrm{F}(b) - \mathrm{F}(a)$$

où F est une primitive de f sur $[\,a\,;b\,]$.

Chapitre 3. Trigonométrie

1) Cercle et fonctions trigonométriques
$\mathscr{C} = \mathscr{C}(\mathrm{O}, 1) \ : \ \mathrm{X}^2 + \mathrm{Y}^2 = 1$; $\mathrm{M} : \begin{cases} \mathbb{R} \longrightarrow \mathscr{C} \\ \alpha \longmapsto \mathrm{M}(\alpha) \end{cases}$; $\mathrm{M}(\alpha) : (\cos\alpha, \sin\alpha)$
$\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$; $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$; $1 + \tan^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$
2) Valeurs remarquables
3) Angles associés.
Utilisation des propriétés de symétrie et rotation :
cosinus , sinus et tangente de $-x$; $x + \pi$; $\pi - x$;
cosinus et sinus de $\dfrac{\pi}{2} - x$; $x + \dfrac{\pi}{2}$.
4) Équations trigonométriques $\cos x = \cos a$; $\sin x = \sin a$; $\tan x = \tan a$, $a \in \mathbb{R}$.
5) Formules d'addition
6) Formules de duplication
7) Formules de linéarisation
Limites usuelles. $\lim\limits_{x\to 0, x\neq 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1$; $\lim\limits_{x\to 0, x\neq 0} \dfrac{\cos x - 1}{x^2} = -\dfrac{1}{2}$
8) Transformation de somme en produit
9) Combinaison linéaire de $\cos x$ et $\sin x$
Transformation de l'expression $a\cos x + b\sin x$ en $\mathrm{A}\cos(x - \varphi)$.
Certaines formules sont à savoir, d'autres savoir qu'elles existent et à retrouver « rapidement ».

▲ Pas de nombres complexes. Pas de calcul de sommes $\sum\limits_{k=0}^{n} \cos(kx)$; $\sum\limits_{k=0}^{n} \sin(kx)$.

Chapitre 4. Nombres réels (1)

1) Quantificateurs, logique, raisonnement. Par contraposition ; par l'absurde.
2) Relation d'ordre dans $\mathbb{R}$. Compatibilité avec les opérations.
3) Parties majorées, minorées, bornées.
Majorant, minorant ; maximum, minimum.
4) Valeur absolue ; distance ; inégalité triangulaire.
5) Intervalles de $\mathbb{R}$; intervalles ouverts, fermés, bornés.
▲ Pas de borne supérieure, pas de borne inférieure, pas de partie entière.