

Programme de colle semaine 22 - du 25/03 au 29/03

Questions de cours

- Soient F et G des sous-espaces vectoriels de E . Donner les critères à vérifier pour que F et G soient supplémentaires.
- Base canonique de \mathbb{K}^n , de $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, de $\mathbb{R}_n[X]$.
- Énoncer le théorème de division euclidienne dans \mathbb{N} .
- Toute question proche du cours.

Chapitre 19. Espaces vectoriels.

Reprise des trois premiers paragraphes.

I) Structure de \mathbb{K} -espace vectoriel. II) Sous-espaces vectoriels. III) Applications linéaires

IV) Somme de sous-espaces vectoriels, somme directe, supplémentaires

Somme de deux sous-espaces vectoriels.

Somme directe. Caractérisation par l'intersection.

Sous-espaces supplémentaires.

Exemples.

Dans \mathbb{R}^2 , \mathbb{R}^3 .

$$\mathcal{M}_n(\mathbb{K}) = \mathcal{S}_n(\mathbb{K}) \oplus \mathcal{A}_n(\mathbb{K})$$

Les fonctions paires et les fonctions impaires sont supplémentaires dans \mathbb{R}^I (où I est symétrique par rapport à 0).

Pour $a \in I$, les fonctions s'annulant en a et les fonctions constantes $\text{Vect}(1)$ sont supplémentaires dans \mathbb{R}^I .

V) Familles finies.

Familles libres, liées, génératrices, bases. Vecteurs linéairement indépendants.

Exemples de différentes techniques pour montrer la liberté d'une famille.

Bases canoniques de \mathbb{K}^n et de $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.

▲ L'objectif principal de ce paragraphe est d'étudier la liberté d'une famille finie. Les coordonnées dans une base feront l'objet d'un chapitre ultérieur.

▲ L'espace vectoriel $\mathbb{K}[X]$ n'a pas encore été défini. On peut néanmoins se placer dans celui des fonctions polynomiales de degré inférieur ou égal à 2.

Chapitre 20. Rudiments d'arithmétique dans \mathbb{N} .

Tout le chapitre. Voir résumé de cours.

▲ Les points suivants sont hors programme en filière PTSI. La relation de Bézout, les entiers premiers entre eux, le lemme de Gauss, le vocabulaire valuation p -adique, les congruences, l'arithmétique dans \mathbb{Z} .

▲ La caractérisation de la divisibilité en termes de valuations p -adiques et l'expression du pgcd et du ppcm à l'aide des valuations p -adiques ont été énoncées, mais sont hors programme.