

Programme de colle semaine 16 - du 28/01 au 01/02

Questions de cours

- Énoncer la définition : formule des coefficients d'un produit de matrices.
- Énoncer le théorème de convergence par encadrement pour les suites et les théorèmes de divergence par majoration ou minoration.
- Énoncer le théorème de convergence monotone pour les suites.
- Définir ce que sont des suites adjacentes et énoncer le théorème correspondant.
- Méthode de résolution d'une suite arithmético-géométrique.
- Décrire la méthode de résolution d'une relation sur les suites (R) : $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$ où $a, b \in \mathbb{C}$. Forme (générale) des solutions à valeurs complexes ; à valeurs réelles lorsque $a, b \in \mathbb{R}$.

Chapitre 14. Suites.

1) Modes de définition.

Explicite, implicitement, par récurrence.

▲ Uniquement des suites à valeurs réelles cette semaine.

2) Limites

Suites convergentes, suites tendant vers $+\infty$, $-\infty$.

3) Suites extraites

Utilisation pour montrer qu'une suite n'admet pas de limite.

4) Suite majorée, minorée, bornée

Toute suite convergente est bornée.

5) Opérations et limites.

Somme, multiplication par un réel. [combinaison linéaire]

Produit, inverse, quotient.

Composition d'une suite tendant vers a par une fonction admettant une limite en a .

6) Inégalités et limites.

Passage à la limite dans une inégalité large. Théorème de convergence par encadrement. Théorèmes de divergence par minoration ou majoration.

7) Monotonie.

Caractérisation pour les suites. Théorème de la limite monotone : convergence ou limite infinie.

Exemples du cours. Convergence de $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2}$; divergence de $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$.

8) Suites adjacentes.

Définition et théorème.

9) Compléments sur borne inférieure et supérieure.

Caractérisation de $\sup(A)$ parmi les majorants comme limite d'une suite d'éléments de A .

10) Suites à valeurs complexes.

Convergence d'une suite complexe. Traduction à l'aide des parties réelle et imaginaire. Suites complexes bornées ; toute suite complexe convergente est bornée. Opérations sur les suites convergentes : combinaisons linéaires, produit, quotient.

Exemples du cours. Convergence et limite de $(q^n)_{n \in \mathbb{N}}$ pour $q \in \mathbb{C}$ avec $|q| < 1$; divergence vers $+\infty$ de $(|q^n|)_{n \in \mathbb{N}}$ lorsque $|q| > 1$; cas $q = 1$ et $q = -1$.

Convergence et limite de $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$ où $S_n = \sum_{k=0}^n q^k$ pour $q \in \mathbb{C}$ avec $|q| < 1$.

11) Étude de suites particulières.

1) Suites arithmético-géométriques.

Calcul du terme général d'une suite définie par $u_{n+1} = au_n + b$.

2) Suites récurrentes linéaires d'ordre deux.

Résolution de (R) : $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$ où $a, b \in \mathbb{C}$. Équation caractéristique. Forme (générale) des solutions à valeurs complexes ; à valeurs réelles lorsque $a, b \in \mathbb{R}$.

Calcul du terme général lorsque $u_0, u_1 \in \mathbb{C}$ sont donnés.

3) Exemples d'étude de suites définies par $u_0 \in \mathbb{R}$ et $u_{n+1} = f(u_n)$.

Chapitre 15. Nombres complexes (2).

1) Racines n^{es} de l'unité.

2) Racines n^{es} de $A \in \mathbb{C}$.