Programme de colle semaine 6 - du 05/11 au 09/11

Questions de cours

- Calculer les dérivées partielles et dérivées partielles secondes de fonctions de deux variables sur un exemple.
- Définition, parité et variations (tableaux) des fonctions ch et sh . Énoncé des propriétés fondamentales ($\text{ch} + \text{sh} = \exp$; $\text{ch}^2 - \text{sh}^2 = 1$)
- Énoncer la formule du binôme de Newton et la factorisation de $a^n - b^n$.
- Calculer $\sum_{k=0}^n \cos(kx)$ ou $\sum_{k=0}^n \sin(kx)$.

Chapitre 4. Fonctions (1)

Reprise du chapitre. Exemples de calculs de dérivées partielles et dérivées partielles secondes pour des fonctions de deux variables (vu en TD).

Chapitre 5. Nombres entiers naturels et récurrence.

▲ La construction de $\mathbb{N}$ est hors programme.

Démonstration par récurrence.

Chapitre 6. Calculs algébriques.

1) Signes somme et produit. Factorielle.

2) Coefficients binomiaux. Formule de Pascal.

3) Techniques de calculs

Exemples de changement d'indices, de sommes et produits télescopiques (principe des dominos).

Exemples du cours : calculs et interprétation géométrique

de $\sum_{k=1}^n k$, de $\sum_{k=1}^n k^2$ en calculant $\sum_{k=0}^n [(k+1)^3 - k^3]$ de deux façons; $\prod_{k=2}^n \left(1 - \frac{1}{k}\right)$

4) Formules classiques

Formule du binôme de Newton.

Applications à linéariser ($\cos^4(x)$ ...), à développer, à reconnaître pour factoriser.

Factorisation de $a^n - b^n = (a - b) \sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-1-k}$.

Sommes arithmétiques.

Sommes géométriques.

Exemples fondamentaux. Calcul de $\sum_{k=0}^n \cos(kx)$ et de $\sum_{k=0}^n \sin(kx)$.

Exemples de sommes doubles, de changements d'indices dans une somme double dans des cas « simples » : sommation sur un rectangle de $\mathbb{N}^2$, un triangle, éventuellement une union de ceux-ci.

Exemples du cours. Calcul de $\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n 2(i+j)$; de $\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \min(i,j)$.

Calcul de $\sum_{k=0}^N \sum_{n=k}^N \binom{n}{k}$ avec interversion de k et n .

Développement d'une somme au carré

$$\left(\sum_{k=0}^n a_k\right)^2 = \sum_{k=0}^n a_k^2 + 2 \sum_{0 \leq i < j \leq n} a_i a_j = \sum_{k=0}^n a_k^2 + 2 \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n a_i a_j$$

Notation $\sum_{(i,j) \in A} u_{i,j}$ où A est une partie de $\mathbb{N}^2$; interversion des indices i et j dans $\sum_{i=0}^5 \sum_{j=2i}^{n+2i} u_{i,j}$.

5) Généralisation à n termes des formules des chapitres précédents.