

## Programme de colle semaine 5 - du 15/10 au 19/10

### Questions de cours

- Montrer que la fonction  $x \mapsto \sin(\omega x)$  est T-périodique où  $T \in \mathbb{R}_+^*$  est à déterminer.
- Dériver une fonction composée sur un exemple.
- Calculer les dérivées partielles et dérivées partielles secondes de fonctions de deux variables sur un exemple.
- Définition, parité et variations (tableaux) des fonctions ch et sh. Énoncé des propriétés fondamentales ( $\text{ch} + \text{sh} = \exp$ ;  $\text{ch}^2 - \text{sh}^2 = 1$ )

### Chapitre 4. Fonctions (1)

#### 1) Généralités

Fonction de la variable réelle à valeurs réelles ; ensemble de définition.

#### 2) Représentation graphique des fonctions associées ; notion d'affinité orthogonale.

Graphes des fonctions  $x \mapsto f(x) + b$  ;  $x \mapsto f(x + a)$  ;  $x \mapsto f(\lambda x)$  ;  $x \mapsto \mu f(x)$  obtenus à partir de la courbe représentative de  $f$ . Cas particuliers  $\lambda = -1$  ;  $\mu = -1$ .

#### 3) Opérations algébriques (somme, multiplication par un réel, produit) ; composition.

4) Parité, symétries de  $\mathcal{C}_f$ . Fait à titre d'exercice : décomposition d'une fonction en somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire ; raisonnement par analyse-synthèse (condition nécessaire, condition suffisante).

#### 5) Périodicité. Parmi les exemples, la fonction distance à $\mathbb{Z}$ .

#### 6) Fonctions majorées, minorées, bornées. Interprétation géométrique de ces propriétés.

$f$  est bornée si et seulement si  $|f|$  est majorée.

#### 7) Monotonie

#### 8) Dérivation

Généralités. Dérivées usuelles sur des intervalles adaptés :  $x^\alpha$ , cos, sin, tan, ln, exp, ch, sh.

Opérations et dérivation, notamment dérivation de fonctions composées.

▲ L'ensemble des fonctions usuelles est en cours d'étude.

▲ Le tableau section 11 anticipe sur la suite du cours.

▲ Pas de dérivées d'ordre supérieur ou égal à 2.

▲ Pas de fonctions à valeurs complexes.

▲ Pas de réciproques, pas de Arcsin, Arccos, Arctan.

#### 9) Plan d'étude d'une fonction

Vocabulaire asymptotes horizontales et verticales.

▲ Pas d'asymptotes obliques.

#### 10) Fonctions usuelles

Ensemble de définition, périodicité, parité, symétrie des courbes, dérivée, signe, allure de la courbe. Propriétés algébriques.

ln, exp,  $x^\alpha$ , exponentielle et logarithme en base  $a$  (pour celles-ci, on peut revenir à la définition), cos, sin, tan, ch, sh.

Croissance comparées des fonctions logarithme, puissance et exponentielle.

Lorsqu'on réduit l'intervalle d'étude d'une fonction grâce à une périodicité ou une parité, on précise la transformation géométrique associée (translation, symétrie) pour obtenir toute la courbe, puis on « dépile » ces transformations.

Exemples de calculs de dérivées partielles et dérivées partielles secondes pour des fonctions de deux variables (vu en TD).

## Chapitre 5. Nombres entiers naturels et récurrence.

▲ La construction de  $\mathbb{N}$  est hors programme.

Démonstration par récurrence.