

Programme de colle semaine 4 - du 08/10 au 12/10

Questions de cours

- Mettre $1 + e^{i\theta}$ sous forme trigonométrique pour $\theta \in]-\pi; \pi[$ (ou variante avec $1 - e^{i\theta}$).
- Factoriser $e^{ip} + e^{iq}$ puis en déduire une factorisation de $\cos(p) + \cos(q)$ (ou variante avec différence ou sinus).
- Énoncer la définition d'une affinité orthogonale dans le plan.
- Montrer que la fonction $x \mapsto \sin(\omega x)$ est T-périodique où $T \in \mathbb{R}_+^*$ est à déterminer.
- Dériver une fonction composée sur un exemple.

Chapitre 3. Nombres complexes (1)

Reprise du chapitre.

6) Nombres complexes de module 1.

(\mathbb{U}, \times) est un sous-groupe de (\mathbb{C}^*, \times) : inclusion, contient 1, propriétés de stabilité par produit et passage à l'inverse.

Définition de $e^{i\theta}$ pour θ réel.

Si θ et θ' sont deux réels, alors $e^{i(\theta+\theta')} = e^{i\theta}e^{i\theta'}$

Formules d'Euler et de Moivre.

Applications : linéarisation de produits trigonométriques, retrouver des formules de trigonométrie.

7) Arguments d'un nombre complexe non nul

Écriture d'un nombre complexe non nul sous la forme $\rho e^{i\theta}$ avec $\rho > 0$ et $\theta \in \mathbb{R}$.

Arguments d'un nombre complexe non nul.

Relation de congruence modulo 2π sur \mathbb{R} .

Argument d'un produit, d'un quotient.

Factorisation de $1 + e^{i\theta}$; $1 - e^{i\theta}$.

Factoriser des expressions du type $\cos(p) + \cos(q)$ en factorisant $e^{ip} + e^{iq}$.

8) Exponentielle complexe

Définition de $\exp(z) = e^z$ pour z complexe : $e^z = e^{\operatorname{Re}(z)}e^{i\operatorname{Im}(z)}$.

Exponentielle d'une somme.

Pour tous z et z' dans \mathbb{C} , $\exp(z) = \exp(z')$ si et seulement si $z - z' \in 2i\pi\mathbb{Z}$.

▲ Pas de calcul de sommes $\sum_{k=0}^n \cos(kx)$; $\sum_{k=0}^n \sin(kx)$.

▲ Pas de racines n^{es} . Pas la partie géométrie (transformations du plan).

Chapitre 4. Fonctions (1)

1) Généralités

Fonction de la variable réelle à valeurs réelles ; ensemble de définition.

2) Représentation graphique des fonctions associées ; notion d'affinité orthogonale.

Graphes des fonctions $x \mapsto f(x) + b$; $x \mapsto f(x + a)$; $x \mapsto f(\lambda x)$; $x \mapsto \mu f(x)$ obtenus à partir de la courbe représentative de f . Cas particuliers $\lambda = -1$; $\mu = -1$.

3) Opérations algébriques (somme, multiplication par un réel, produit) ; composition.

4) Parité, symétries de \mathcal{C}_f . Fait à titre d'exercice : décomposition d'une fonction en somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire ; raisonnement par analyse-synthèse (condition nécessaire, condition suffisante).

5) Périodicité. Parmi les exemples, la fonction distance à \mathbb{Z} .

6) Fonctions majorées, minorées, bornées. Interprétation géométrique de ces propriétés.

f est bornée si et seulement si $|f|$ est majorée.

7) Monotonie

8) Dérivation

Généralités. Dérivées usuelles sur des intervalles adaptés : x^α , cos, sin, tan, ln, exp, ch, sh.

Opérations et dérivation, notamment dérivation de fonctions composées.

▲ L'ensemble des fonctions usuelles est en cours d'étude.

▲ Le tableau section 11 anticipe sur la suite du cours.

▲ Pas de dérivées d'ordre supérieur ou égal à 2.

▲ Pas de fonctions à valeurs complexes.

▲ Pas de réciproques, pas de Arcsin, Arccos, Arctan.

9) Plan d'étude d'une fonction

Vocabulaire asymptotes horizontales et verticales.

▲ Pas d'asymptotes obliques.

10) Fonctions usuelles

Ensemble de définition, périodicité, parité, symétrie des courbes, dérivée, signe, allure de la courbe.

Propriétés algébriques.

ln, exp, x^α , exponentielle et logarithme en base a (pour celles-ci, on peut revenir à la définition), cos, sin, tan, ch, sh.

Croissance comparées des fonctions logarithme, puissance et exponentielle.

Lorsqu'on réduit l'intervalle d'étude d'une fonction grâce à une périodicité ou une parité, on précise la transformation géométrique associée (translation, symétrie) pour obtenir toute la courbe, puis on « dépile » ces transformations.