Programme de colle semaines 28 et 29 - du 28/05 au 08/06

Questions de cours

- Séries géométriques : énoncé des sommes partielles, condition nécessaire et suffisante de convergence, somme et reste en cas de convergence.
- Énoncé et démonstration du **Théorème** *(Condition nécessaire de convergence).*
  Si la série $\sum u_n$ converge, alors la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tend vers 0, ie $\sum u_n$ converge $\Longrightarrow \lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$.

  Donner un contre-exemple de la réciproque (sans démonstration).
- Énoncé du résultat sur les séries de Riemann, cas de divergence grossière.
- Énoncé du théorème de comparaison.
- Énoncé du théorème sur les équivalents.
- Donner un exemple de deux séries divergentes dont la somme est convergente.

Chapitre 24. Espaces vectoriels de dimension finie.

Ensemble du chapitre.

Chapitre 25. Séries numériques.

Voir aussi le poly.

I. Définitions

1) Rappels : suites et sommes géométriques.
2) Notion de série. Série à termes réels ou complexes ; sommes partielles.
3) Convergence ou divergence ; en cas de convergence, somme et restes.

II. Premières propriétés

1) Condition nécessaire de convergence
Le terme général d'une série convergente tend vers 0. Divergence grossière.
2) Séries géométriques. Sommes partielles, condition nécessaire et suffisante de convergence, somme et reste en cas de convergence.
3) Structure. Espaces vectoriels, linéarité de la somme.
4) Suites et séries télescopiques

III. Séries à termes positifs

1) Proposition.
2) Encadrement des sommes partielles par une intégrale : séries $\sum f(n)$, avec f monotone.
3) Séries de Riemann. Exemple d'application - exercice : trouver un équivalent du reste R_n d'une série de Riemann convergente.
4) **Théorème** *(de comparaison).*
5) **Théorème** *(sur équivalents).*
6) **Proposition - méthode.** Comparaison à une série de Riemann.
7) **Proposition - méthode.** Comparaison à une série géométrique.

▲ Les critères de D'Alembert et de Cauchy sont hors programme, mais on peut demander d'étudier les limites de $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ ou de $[u_n]^{\frac{1}{n}}$ en question intermédiaire, puis comparer à une série géométrique pour obtenir convergence ou divergence.