

Programme de colle semaines 15 et 16 - du 22/01 au 02/02

Questions de cours

- Donner et expliquer les conditions à vérifier sur $f: \begin{cases} \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C} \\ z \longmapsto z' \end{cases}$ pour que cette application soit la rotation de centre Ω et d'angle $\theta : \forall z \in \mathbb{C}, |z' - \omega| = |z - \omega|$ et si $z \neq \omega$, $\text{Arg} \left(\frac{z' - \omega}{z - \omega} \right) = \theta$. Illustrer par un dessin.
- Donner et expliquer les conditions à vérifier sur $f: \begin{cases} \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C} \\ z \longmapsto z' \end{cases}$ pour que cette application soit l'homothétie de centre Ω et de rapport $k : \forall z \in \mathbb{C}, z' - \omega = k(z - \omega)$. Illustrer par un dessin.

Chapitre 14. Systèmes linéaires.

Reprise du programme précédent.

Chapitre 15. Nombres complexes (2).

- 1) Racines n^{es} de l'unité.
- 2) Racines n^{es} de $A \in \mathbb{C}$.
- 3) Applications géométriques des nombres complexes
Traduction de l'alignement et de l'orthogonalité au moyen d'affixes.
Transformation $z \longmapsto z + b$; interprétation en termes de translation.
Transformation $z \longmapsto e^{i\theta}z$; rotation plane de centre O et d'angle θ .
Transformation $z \longmapsto kz$ où $k \in \mathbb{R}^*$; homothétie de centre O et de rapport k .
Transformation $z \longmapsto \bar{z}$; interprétation en termes de symétrie axiale.
Exemples de rotations et d'homothéties dont le centre n'est pas O.
Méthode : changer O en Ω d'affixe ω et considérer le vecteur $\overrightarrow{\Omega M}$ d'affixe $z - \omega$.

Chapitre 16. Calcul matriciel.

- 1) Ensembles de matrices : $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ des matrices à n lignes et p colonnes à coefficients dans $\mathbb{K}$.
- 2) Opérations sur $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$: combinaisons linéaires.
Propriétés signifiant que $(\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K}); +)$ est un groupe abélien, que $(\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K}); +; \cdot)$ est un $\mathbb{K}$ -espace vectoriel.
- 3) Produit de matrices
Définitions, exemples. Attention à la compatibilité des tailles. AB et BA n'ont pas la même taille en général. On peut avoir $AB \neq BA$. On peut avoir $AB = 0$ avec $A \neq 0$ et $B \neq 0$.
Si X est une matrice colonne, AX est une combinaison linéaire des colonnes de A . Écriture matricielle $AX = B$ d'un système linéaire de matrice augmentée $(A|B)$.
La j^{e} colonne de AB est le produit de A par la j^{e} colonne de B .
La i^{e} ligne de AB est le produit de la i^{e} ligne de A par B .
Propriétés. $A \times 0 = 0$; $0 \times A = 0$; associativité et bilinéarité du produit.