Programme de colle semaines 12 et 13 - du 18/12 au 12/01

Questions de cours

- Énoncer la définition de $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ pour $a, b \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$ avec des quantificateurs (un cas parmi neuf).
- Énoncer le théorème des valeurs intermédiaires.

Chapitre 11. Suites (1).

Reprise du programme précédent.

- ▲ Pas de calcul du terme général d'une suite définie par $u_{n+1} = au_n + b$.
- ▲ Pas de suites récurrentes linéaires d'ordre deux.

Chapitre 12. Continuité.

I) Étude locale : limites.

Cadre : f est une fonction définie sur I intervalle de $\mathbb{R}$ à valeurs réelles.

Propriété vraie au voisinage de a , pour $a \in \mathbb{R}$ ou $a = +\infty$ ou $a = -\infty$.

1) Limites

Définitions : pour $a \in I$ ou extrémité de I , limite finie ou infinie d'une fonction en a . Limite finie ou infinie d'une fonction en $+\infty$ ou $-\infty$ (9 cas).

Unicité de la limite.

Si f admet une limite finie en a , alors f est bornée au voisinage de a .

Limite à droite, à gauche, pour une fonction définie sur $I \setminus \{a\}$. Notation $\lim_{x \rightarrow a, x \neq a} f(x) = b$.

2) Opérations sur les fonctions admettant une limite finie ou infinie en a (somme, produit par un réel, produit, quotient). Composition. Limite d'une suite de limite a par une fonction admettant une limite en a .

3) Stabilité des inégalités larges par passage à la limite.

Théorèmes d'encadrement (limite finie), de minoration (limite $+\infty$) et de majoration (limite $-\infty$).

Théorème de la limite monotone.

4) Continuité en a .

Continuité de f en un $a \in I$. Continuité à droite et à gauche.

Prolongement par continuité en a lorsque f est définie sur $I \setminus \{a\}$ et $\lim_{x \rightarrow a, x \neq a} f(x) = \ell \in \mathbb{R}$.

Image d'une suite de limite a par une fonction continue en a .

Opérations sur les fonctions continues en a : combinaisons linéaires, produit, quotient. Composition $g \circ f$ de f continue en a et de g continue en $f(a)$.

II) Continuité sur un intervalle (étude « globale »)

Définition. Opérations : combinaisons linéaires, produit, quotient. Composée $g \circ f$ de f continue sur I et de g continue sur $f(I)$.

Théorème des valeurs intermédiaires : énoncé et corollaire équivalent : l'image par f continue de I intervalle est un intervalle.