

## Programme de colle semaines 6 et 7 - du 06/11 au 17/11

### Questions de cours

- Calculer  $\sum_{k=0}^n \cos(kx)$  ou  $\sum_{k=0}^n \sin(kx)$ .
- Dérivation de Arcsin avec démonstration (existence sur un intervalle à préciser et formule de  $\text{Arcsin}'(x)$ , avec la formule de dérivation d'une réciproque).
- Dérivation de Arctan avec démonstration (existence sur un intervalle à préciser et formule de  $\text{Arctan}'(x)$ , avec la formule de dérivation d'une réciproque).
- Simplifier  $\text{Arcsin}(x) + \text{Arccos}(x)$  pour  $x$  à préciser.
- Simplifier  $\text{Arctan}(x) + \text{Arctan}\left(\frac{1}{x}\right)$  pour  $x$  à préciser.

### Chapitre 6. Calculs algébriques.

Reprise du programme précédent.

**Exemples fondamentaux.** Calcul de  $\sum_{k=0}^n \cos(kx)$  et de  $\sum_{k=0}^n \sin(kx)$ .

Exemples de sommes doubles, de changements d'indices dans une somme double dans des cas « simples » : sommation sur un rectangle de  $\mathbb{N}^2$ , un triangle, éventuellement une union de ceux-ci.

**Exemples du cours.** Calcul de  $\sum_{n=0}^N \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}$  et interversion de  $k$  et  $n$ ; interversion des indices  $i$  et  $j$  dans  $\sum_{i=n}^{2n} \sum_{j=n+i}^{3n} u_{i,j}$ ; notation  $\sum_{(i,j) \in A} u_{i,j}$  où  $A$  est une partie de  $\mathbb{N}^2$ ; notation  $\sum_{n \leq i \leq 2n \text{ et } n+i \leq j \leq 3n} u_{i,j}$ .

### Chapitre 7. Fonctions (2).

1) Bijection et réciproque

Définition d'une bijection. Condition suffisante. Fonction réciproque, propriétés. Monotonie. Symétrie des courbes. Dérivation ponctuelle, sur un intervalle.

**Exemples du cours.** Bijectivité de  $x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$ ;  $\ln$  et  $\exp$ ; fonctions carré et racine carré sur  $]0; +\infty[$ ; cube et racine cubique sur  $\mathbb{R}$  (prolonge sur  $\mathbb{R}$  la fonction puissance un tiers);  $x \mapsto x^n$  et  $x \mapsto x^{\frac{1}{n}}$  sur  $]0; +\infty[$ .

▲ Les fonctions  $\sqrt[n]{\cdot}$  sur  $\mathbb{R}_-$  pour  $n$  impair ne sont pas au programme de PTSI. Il est cependant intéressant d'en avoir rencontré comme exemple ou exercice.

2) Fonctions circulaires réciproques

Arcsin, Arccos, Arctan. Ensembles de définition et d'arrivée, de dérivabilité, dérivée, courbe.

**Exemples du cours.**  $\text{Arcsin}(x) + \text{Arccos}(x) = \frac{\pi}{2}$  pour  $x \in [-1; 1]$ .

$\text{Arctan}(x) + \text{Arctan}\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\pi}{2}$  pour  $x > 0$  et  $= -\frac{\pi}{2}$  pour  $x < 0$ .

▲ Pas de dérivées d'ordre supérieur ou égal à 2 cette semaine.

▲ Pas de fonctions à valeurs complexes cette semaine.